T.C.

FATİH SULTAN MEHMET VAKIF ÜNİVERSİTESİ

LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ

BİLİM TARİHİ ANABİLİM DALI

BİLİM TARİHİ PROGRAMI

YÜKSEK LİSANS TEZİ

İBN SÎNA'NIN EŞ-ŞİFA ADLI ESERİNİN USUL EL-HENDESE BÖLÜMÜNÜN İLK ÜÇ MAKALESİNİN TAHKİK, TERCÜME VE DEĞERLENDİRMESİ

SÜMEYRA ALTINOK

160141001

TEZ DANIŞMANI

Dr. Öğr. Üyesi PETER STARR

İSTANBUL, 2019

T.C.

FATİH SULTAN MEHMET VAKIF ÜNİVERSİTESİ

LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ

BİLİM TARİHİ ANABİLİM DALI

BİLİM TARİHİ PROGRAMI

YÜKSEK LİSANS TEZİ

İBN SÎNA'NIN EŞ-ŞİFA ADLI ESERİNİN USUL EL-HENDESE BÖLÜMÜNÜN İLK ÜÇ MAKALESİNİN TAHKİK, TERCÜME VE DEĞERLENDİRMESİ

SÜMEYRA ALTINOK

160141001

TEZ DANIŞMANI

Dr. Öğr. Üyesi PETER STARR

İSTANBUL, 2019

TEZ ONAY SAYFASI

FSMVÜ Lisansüstü Eğitim Enstitüsü Bilim Tarihi Anabilim Dalı tezli yüksek lisans programı **160141001** numaralı öğrencisi **Sümeyra Altınok**'un ilgili yönetmeliklerin belirlediği tüm şartları yerine getirdikten sonra hazırladığı **''İbn Sîna'nın eş-Şifa adlı eserinin Usul el-Hendese bölümünün ilk üç makalesinin tahkik, çeviri ve değerlendirmesi''** başlıklı tezi aşağıda imzaları olan jüri tarafından 24/06/2019 tarihinde oybirliğiyle kabul edilmiştir.

Dr. Öğr. Üyesi Peter STARR

(Jüri Başkanı-Danışman)

Fatih Sultan Mehmet Vakıf Üniversitesi

Prof. Dr. Atilla BİR

(Jüri Üyesi)

Fatih Sultan Mehmet Vakıf Üniversitesi

Dr. Öğr. Üyesi Taha Yasin ARSLAN

(Jüri Üyesi)

İstanbul Medeniyet Üniversitesi

BEYAN

Bu tezin yazılmasında bilimsel ahlak kurallarına uyulduğunu, başkalarının eserlerinden yararlanılması durumunda bilimsel normlara uygun olarak atıfta bulunulduğunu, kullanılan verilerde herhangi bir tahrifat yapılmadığını, tezin herhangi bir kısmının bağlı olduğum üniversite veya bir başka üniversitedeki başka bir çalışma olarak sunulmadığını beyan ederim.

Sümeyra Altınok

İBN SÎNA’NIN EŞ-ŞİFA ADLI ESERİNİN USUL EL-HENDESE BÖLÜMÜNÜN İLK ÜÇ MAKALESİNİN TAHKİK, TERCÜME VE DEĞERLENDİRMESİ

ÖZET

Bu tezin ana konusu 11.yy İslam dünyasının en büyük âlimlerinden İbn Sina’nın ünlü eş-Şifa eserinin geometri bölümünün ilk üç makalesinin tahkikli metni ve Türkçe çevirisidir. Mantık, fizik, matematik ve metafizik başlıklarında hazırlanan eser çokça okunmuş ve farklı bölümleri birçok farklı dile tercüme edilmiştir. Ancak matematik başlığının dört bölümünden biri olan geometri bölümünün günümüze kadar başka bir dile tercümesi yapılmamıştır. Hem İslam coğrafyasında hem Batı toplumunda bu kadar tanınan bir âlimin en ünlü eserinin bir bölümünün hiç çevirisinin yapılmamış olması şaşırtıcı bir durumdur. Bu sebeple eserin tamamının olmasa da bir parçasının gün yüzüne çıkmasını sağlayan bu çalışmanın İbn Sina’nın matematik alanındaki çalışmalarını merak edenler için faydalı olacağını umuyoruz.

Çalışmada Arapça metin eserin üç nüshasının tahkik edilmesiyle oluşturulmuştur. Tahkik yapılırken herhangi bir nüsha esas kabul edilmemiş, farklılık bulunan yerlerde üç nüsha arasından matematiksel açıdan en doğru ifadeyi içeren nüsha metinde yer almıştır. Diğerleri ise dipnotlarda belirtilmiştir. Türkçe tercümesi ise metnin aslına sadık kalarak gerçekleştirilmiş, dönemin matematik dilini daha iyi yansıtmak için ifadeler modern matematik diline çevrilmeden bırakılmıştır. Çalışmada tahkikli metin ve çeviri metnine ek olarak İbn Sina’nın biyografisi, eş-Şifa kitabının tanıtımı, İslam geometri anlayışı ve Euclid hakkında bilgiler yer almaktadır.

İbn Sina’nın matematik çalışmaları hakkında literatürde çok az bilgi vardır. Halen daha İbn Sina’nın bu alana orijinal bir katkı sağlayıp sağlamadığı konusu tartışmalıdır. Bu çalışmada gördüğümüz filozofun geometri konusunda Euclid’in mirasına sadık kaldığı, matematiksel açıdan kayda değer bir yenilik eklemediğidir. Ancak geometri bölümünün tamamının çevirisinden sonra yapılacak olan değerlendirmenin daha uygun olacağı düşünülmektedir.

Anahtar kelimeler: *İbn Sina, eş-Şifa, Geometri*

EDITED TEXT, TURKISH TRANSLATION AND COMMENTARY OF THE FIRST THREE ARTICLES OF USUL AL-HANDASAH BOOK OF AVICENNA'S AL-SHIFA

ABSTRACT

The main subject of this thesis is the edited texts of the first three articles of the geometry section in the famous work of Avicenna, one of the greatest scholars of Islamic world in the 11th century, titled *al-Shifa*, and their translation into Turkish. Al-Shifa is composed of four sections, namely logic, physics, mathematics and metaphysics. It has frequently been referred to and its various sections have been translated into several languages; however, as one of the four subsections of the mathematics section, the subsection of geometry was not translated into any language. It is surprising that a subsection of the most famous work of such a well-known scholar has not been translated yet. On this account, we hope that this study will bring a part of this work to light, though not all of it, and will be a meaningful contribution for those who are interested in the studies of Avicenna in the field of mathematics.

Within this study, the Arabic text was constructed through the collation of three manuscripts. The edition process was not based on a particular text; whenever there was a difference between the original texts, the one that had the most accurate expression from a mathematical point of view was selected. And the variants were given a place in the footnotes. On the other hand, the Turkish translation was conducted with a special effort to preserve the authenticity of the Arabic text; mathematical expressions were not translated into modern mathematical jargon and were kept as they are in order to reflect the expressions of the era.

It has been a controversial issue whether or not Avicenna made an original contribution to mathematical literature. We conclude in this study that he abided by the legacy of Euclid, and did not make a significant novel contribution to mathematics. However, we think that it is more proper to make an assessment after the entire section of geometry is translated into Turkish.

***Keywords**: Avicenna, al-Shifa, Geometry*

ÖNSÖZ

İbn Sina'nın eş-Şifa adlı eseri âlimin en bilinen eserlerinden biridir. Ancak bu eserin dört bölümünden biri olan matematik bölümü üzerine diğer bölümlere nazaran çok az çalışma yapılmıştır. Hatta matematik bölümünün bazı kısımları diğer dillere kazandırılmış olsa da geometri kısmının şu ana kadar hiçbir dile tercümesi gerçekleşmemiştir. Bu çalışmada amacımız, eş-Şifa kitabının geometri kısmının ilk üç makalesinin tahkikli metni ile çevirisini hazırlayarak bu konudaki çalışmalara bir kapı aralamaktır. Aynı zamanda Bilim Tarihi sahasında çalışma yürütebilmek için oldukça önemli olan yazma eserlerle çalışma becerisini kazanmak ve alandaki terimlere aşina olmak bu yüksek lisans tezindeki hedeflerimizdendir. Çalışmada tahkikli metin ve çeviri metninin yanında İbn Sina'nın kısa bir biyografisine, eş-Şifa kitabı, İslam geometrisi ve Euclid hakkında özet bilgilere de yer verilmiştir. Tezin böyle önemli bir eserin bir kısmını da olsa gün yüzüne çıkarmasından dolayı önemli olduğu düşünülmektedir. Çalışma yazma eserler ile yapıldığından ayrı bir dikkat ve özen gerektirmiştir. Ancak nüshaların okunaklı olması ve tam olması, birçok yerde birbirlerinin eksikliklerini tamamlamaları kolaylaştırıcı unsurlar olmuştur.

Bu süreçte yönlendirmeleri ile bana destek olan danışman hocam Dr. Peter Starr'a, tez konusu belirleme aşamasında yardımcı olan hocam Prof. Dr. İhsan Fazlıoğlu'na şükranlarımı sunuyorum. Bununla beraber tez çalışmamı sürdürme imkânı sağlayan Prof. Dr. Fuat Sezgin Araştırma Vakfı ve Fatih Sultan Mehmet Vakıf Üniversitesine teşekkür etmek isterim. Ayrıca gerek kütüphane şartlarıyla, gerek arşiviyle tez çalışmamda çok büyük katkıları olan İSAM Kütüphanesine teşekkür ederim.

Son olarak desteğini her zaman hissettiğim aileme özel teşekkürlerimi sunuyorum.

Mayıs, 2019 Sümeyra Altınok

İÇİNDEKİLER

GİRİŞ

İbn Sina (11.yy) yaşadığı dönemde ve sonrasında, hem İslam dünyasında hem de Batı toplumlarında en çok konuşulmuş filozoflardandır. Özellikle metafizik ve tıp alanlarındaki çalışmaları farklı dillere çevrilmiş, birçok bilim insanının referans noktası olmuştur. Halen daha eserleri üzerinde çeviri ve değerlendirme faaliyetleri sürmekte, kurduğu felsefe sistemi çokça tartışılmaktadır.

İbn Sina'nın üzerinde en çok çalışılan eserlerinden bir tanesi eş-Şifa'dır. Filozofun düşünce yapısını tüm yönleriyle içeren eser İslam düşünce literatüründe klasik olarak kabul edilmiştir. Eser, Aristo geleneğinde olduğu gibi mantık, fizik, matematik ve metafizik ilimlerini içermektedir. Eserin bölümlerinden bazıları defalarca farklı dillere çevrilmiş, üzerine çalışmalar yapılmıştır. Ancak matematik bölümü altındaki Usul el-Hendese (geometri) kitabının şimdiye dek hiç çevirisi yapılmamıştır. Biz bu çalışmada kitabın tamamını olmasa da bir kısmını Türkçeye kazandırarak bu önemli eseri gün yüzüne çıkarmayı amaçladık.

Çalışmanın birinci bölümünde İbn Sina'nın kısa bir biyografisi yer almaktadır. Filozof üzerinde çokça çalışılan ve hayat hikayesi hakkında tartışmalı noktalar bulunmayan bir âlim olduğundan bu bölüm uzun tutulmamıştır. İkinci bölümde İslam âlimlerinin en çok tartıştığı geometri konularına değinilmiş, ünlü matematikçi Euclid (M.Ö. 3.yy) hakkında bilgiler verilmiştir. Son bölümde ise eş-Şifa kitabı hakkında bilgiler, geometri kitabının ilk üç makalesinin tahkikli metni ve çevirisi verilmiştir. Tahkikli metin ortaya çıkarılırken eserin üç nüshası esas alınmıştır. Matematiksel açıdan en doğru ifadeler metin kısmında yer almış, farklılıklar dipnotta gösterilmiştir. Çeviri metni Arapça metne sadık kalınarak oluşturulmuş, mümkün olduğunca birebir çevrilmeye çalışılmış, böylece dönemin matematik dili aktarılmaya çalışılmıştır. Metnin şekillerle desteklenen temel geometri metni oluşundan anlaşılması çok güç değildir.

BİRİNCİ BÖLÜM

1. İBN SİNA

1.1 HAYATI

Ebû Alî el-Hüseyn bin Abdillâh bin Alî bin Sînâ 980 yılında Buhara'da doğar.[1] Yaşarken öğrencisi Cûzcânî'ye bir kısmını yazdırdığı, kalan kısmını da öğrencisinin tamamladığı bir biyografisi elimizde olduğu için hakkında en çok bilgi sahibi olduğumuz âlimlerden biridir. İslam dünyasında İbn Sina, Batı'da Avicenna olarak bilinen filozoftan eş-Şeyhu'r-reis lakabıyla söz edilir.

İbn Sina'nın babası Belh şehrinden Abdullah'tır. İsminde geçen "Sina" dedesine nispetle söylenir. Erken yaşlarda ders almaya başlayan İbn Sina on yaşına geldiğinde Kur'an eğitimini ve dil eğitiminin çoğunu tamamlar ve gösterdiği başarıyla çevresindekilerin dikkatini çekmeye başlar.[2] Daha sonra babası onu felsefe, geometri ve Hint hesabı öğrenmesi için bir sebze satıcısının yanına gönderir. Bu sıralarda Buhara'ya felsefe bildiği düşünülen Abu Abd Allah al-Natili gelir. İbn Sina'nın babası bu kişiyi evinde misafir eder ve İbn Sina'ya eğitim vermesini ister. Şeyh, Natili'den İsogaci ve Euclid okumaya başlar. Ancak ileri seviyeler için hocasının derin bilgisi olmadığından eserleri kendi kendine okuyarak devam eder ve mantık konusunda uzmanlaşır.[3] Daha sonra Batlamyus'un el-Macesti kitabını okumaya başlar. Bu kitabı da bir yerden sonra kendisi okumaya devam eder ve bu sırada Natili Cürcan'a gitmek üzere ayrılır.[4]

Bunun ardından İbn Sina kendini pozitif bilimler ile metafizik konularındaki eserleri ve bunların şerhlerini okumaya adar. Daha sonra tıp ilmini merak etmeye ve bu konuda yazılmış

---

[1] William E. Gohlman, **The Life of Ibn Sina**, New York: State University of New York Press, 1974, sy. 19.
[2] William E. Gohlman, *a.g.e*, sy. 19.
[3] William E. Gohlman, *a.g.e*, sy. 23.
[4] William E. Gohlman, *a.g.e*, sy. 25.

kitapları okumaya başlar. İbn Sina'nın tabirine göre bu ilim kolay olduğundan hızlıca ileri bir seviyeye ulaşır. Öyle ki dönemin ünlü tabipleri tıp kitaplarını ondan okurlar. Bir taraftan pratik olarak tıp ilminde ilerlemek için hasta gören İbn Sina bir taraftan da hukuk alanında çalışmalar yapar. Bu sırada 16 yaşındadır.[5]

Takip eden bir buçuk sene boyunca İbn Sina mantık ve felsefe üzerine yoğun bir çalışma yaptığını söyler. Geceleri çok az uyuduğundan, rüyasında dahi üzerine düşündüğü konuların cevaplarını gördüğünden bahseder.[6] İbn Sina bu dönemde mantık, pozitif ilimler ve matematik alanlarında uzmanlaştığını söyler. Ancak Aristo'nun Metafiziğini okumaya başladığında bir türlü üstesinden gelemez ve defalarca okuyup ezberlemesine rağmen eseri anlayamaz. Tam vazgeçtiği sırada bir sahaftan Farabi'nin Metafizik üzerine yazılmış bir kitabını (*el-İbâne ʿan ġarażi Arisṭoṭâlîs fî Kitâbi Mâ baʿde'ṭ-ṭabîʿa*) alır ve böylece onun sırrını çözmüş olur.[7] Yine bu sırada dönemin sultanı Nun ibn Mansur'a doktorluk yapar ve kütüphanesine girerek daha önce görmediği kitapları inceleme imkânı bulur.[8] İbn Sina 18 yaşına geldiğinde tüm ilimleri bitirdiğini, bu tarihten sonra yeni bir şey öğrenmediğini, yalnızca bilgilerinin olgunlaştığını iddia eder.[9]

İbn Sina babasının ölümünden sonra zor zamanlar geçirir. Siyasi sebeplerden dolayı çok fazla yer değiştirir. Geçimini sağlamak için çeşitli Sultanların himayesinde çalışır, tedavilerini üstlenir. Öğrencisi Cüzcani, Sultanların hizmetinde oluşundan İbn Sina'nın yeterince boş vaktinin olmadığını, bu sebeple eserlerinin üzerinde yalnızca gece çalışabildiklerini anlatır.[10] Ünlü eseri eş-Şifa'nın yazımı da aynı sebeplerden dolayı sürekli kesintiye uğrar.

İbn Sina son zamanlarında kulunç hastalığına yakalanır ve bir ara iyileşir gibi olsa da toparlanamaz. 1037 yılında Hemedan'da vefat eder. Kabri de buradadır.

---

[5] William E. Gohlman, *a.g.e*, sy. 27.
[6] William E. Gohlman, *a.g.e*, sy. 31.
[7] William E. Gohlman, *a.g.e*, sy. 35.
[8] William E. Gohlman, *a.g.e*, sy. 37.
[9] William E. Gohlman, *a.g.e*, sy. 39.
[10] William E. Gohlman, *a.g.e*, sy. 56.

1.2 ESERLERİ

İbn Sina elli yedi yıllık ömründe ilmin neredeyse tüm sahalarıyla ilgilenmiş ve eserler ortaya koymuştur. Kaynaklarda 276 adet kitap ve risalesinin bulunduğu ileri sürülse de bu sayı hakkında şüpheler vardır. Yine de yapılan araştırmalar sonucunda 150 kadar eserin İbn Sina'ya nispet edilebileceği söylenmektedir.[11] Burada âlimin öne çıkan bazı eserlerini kısaca tanıtacağız.[12]

El-Kanun fi't-Tıp

İbn Sina bu kitabın girişinde kitabı yazmaktaki amacının tıbbın genel ve özel kanunlarının kısa ancak öz bilgisini vermek olduğunu söyler. Çevresinden gelen taleplerle bu eseri yazmaya başlayan İbn Sina, kitabı beş bölüm olarak tasarlar. Bunlar; tıp biliminin genel konuları, basit ilaçlar, baştan ayağa kadar tek tek organ hastalıkları, kısımlara ait hastalıklar ve ilaçların terkibi bölümleridir. İbn Sina doktorluk mesleğini icra eden herkesin bu kitaptaki bilgileri okuyup anlaması gerektiğini, zira bir doktorun bilmesi gereken asgari bilgiyi içerdiğini söyler.[13]

Yazıldığı tarihe kadarki dönemin tıp bilgisini ve İbn Sina'nın bu alandaki katkılarını içeren eserin Gerard de Cremone tarafından gerçekleştirilen Latince çevirisi Avrupa'da çeşitli yıllarda farklı ülkelerde basılmıştır. Latincenin yanı sıra Almanca, İngilizce, Fransızca ve Rusça gibi dillere de tamamı olmasa da bir kısmının tercümesi yapılmış, Arapça, Farsça, İbranice ve Latince gibi dillerde esere pek çok şerh ve haşiye yazılmıştır. [14]

En-Necat

Felsefenin temel konularına yer veren eser eş-Şifa kitabının özeti niteliğindedir.[15] İbn Sina kitabın mukaddimesinde bu eseri hikemi bilgileri öğrenmek isteyen kişiler için yazdığından ve mantık, fizik, matematik ve metafizik bölümlerine ayırdığından bahseder.[16] Matematik bölümünü İbn Sina'nın çalışmalarından faydalanarak öğrencisi Cüzcani tamamlar.[17]

---

[11] Hüseyin G. Topdemir, **İbn Sina**, İstanbul: Say Yayınları, 2009, sy.19.
[12] Tüm eserleri için bknz: Osman Ergin, **İbni Sina Bibliyografyası**, İstanbul: İstanbul Üniversitesi Tıp Fakültesi Yayınları, 1956.
[13] İbn Sina, **el-Kanun Fi't-Tıbb**, çev. : Esin Kahya, Ankara: Atatürk Kültür Merkezi Yayınları, 2017, sy. 3.
[14] Hüseyin Gazi Topdemir, *a.g.e,* sy. 36.
[15] Mehmet N. Bolay, **İbn-i Sina**, Ankara: Kültür ve Turizm Bakanlığı, 1988, sy.34.
[16] İbn Sina, **en-Necat**, çev.: Kübra Şenel, İstanbul: Kabalcı Yayıncılık, 2013, sy. 10.
[17] Hüseyin Gazi Topdemir, *a.g.e,* sy. 30.

Çeşitli bölümleri Süryanice, İbranice, Farsça, Latince, Fransızca, İngilizce, Almanca ve İspanyolcaya çevrilmiş eserin günümüzde birçok farklı baskısı bulunmaktadır.

El-İşarat ve't-Tenbihat

İbn Sina bu eseri iki bölüm olarak hazırlar. İlk bölüm mantık, ikinci bölüm ise fizik, metafizik ve ahlak konularını içerir. Mantık bölümünün girişinde eseri felsefenin özünü ve temellerini sunmak için hazırladığını söyler.[18] Nitekim eser İbn Sina'nın felsefesinin özeti niteliğindedir.

Kitaba ismini veren *el-İşarat* ve *et-Tenbihat* terimleri kitabın sistematiğini kurgulayan, paragraf başlarında kullanılan terimlerdir. İbn Sina bu eserinde yanlış düşünülmüş ya da düşünülmesi muhtemel bilgileri *vehim* başlığıyla verir. Daha sonra bu yanlışa verilecek cevabın niteliğine göre *işaret* veya *tembih* başlığını kullanır. Kitapta tekmile, teznib, hikaye, fayda gibi başka başlıklar geçse de asıl sistemi vehim, işaret ve tembih başlıkları üzerine oturur.

Eser Farsça, Rusça, Fransızca, İngilizce, İspanyolca ve Türkçeye çevrilmiştir.

[18] İbn Sina, **el-İşarat ve't-Tenbihat**, çev. : Ali Durusoy, Ekrem Demirli, İstanbul: Türkiye Yazma Eserler Kurumu Başkanlığı Yayınları, 2014, sy. 1^b.

İKİNCİ BÖLÜM

2. HENDESE İLMİ

Geometri kelimesinin kökeni eski Yunancaya dayanır ve yer manasına gelen *geo* ve ölçmek manasına gelen *metre* kelimelerinin birleşiminden oluşur.[19] Araplar bu kelimeyle IX. Yüzyılda Euclid'in *Elementler* kitabını çevirirken karşılaşırlar ve ilk olarak bu ilim için *cûmatriyâ* kelimesini kullanırlar. Daha sonra bu kelimeyi kullanmayı bırakarak Farsça'da ölçme manasına gelen *endazeh* kelimesinden türettikleri *hendese* kelimesini kullanmaya başlarlar. [20]

Hendese, doğru, yüzey ve cisim gibi geometrik büyüklüklerle yani sürekli niceliklerle (megethos) ilgilenen bilim dalı olarak tanımlanır.[21] Bu ilim sayesinde büyüklükler, bunların birbirlerine göre durumları, oranları ve özel şekilleri hakkında bilgi elde edilebilir.[22] İslam matematikçileri geometriyi nazari, yani teorik hendese ve uygulamalı hendese olarak ikiye ayırır ve uygulamalı hendeseyi *misaha* olarak ifade ederler.[23] Hendese kesin delillere dayanması nedeniyle hem eski Yunanda hem de İslam medeniyetinde çokça önemsenir. İbn Haldun *Mukaddime*si'nde bu ilimden şöyle bahseder:

> Geometri ilmi, öğrenenlerin akıllarını aydınlatır, fikirleri doğru bir yola sevkeder ve istikamet verir, çünkü geometride bütün delil ve burhanların dayanakları düzenli ve açık olduğundan bu ilmin kıyasları da düzenli ve tertipli olup bunda yanılma ve ayak kaymalar yok hükmündedir. Bu kaide ve kanunlara alışmakla fikirler yanılmalardan uzaklaşır, geometri ilmini bilen

---

[19] Ali abd Allah Al-daffa, **The Muslim contribution to mathematics**, Atlantic Highlands, N.J. : Humanities Press, 1977, sy 82.

[20] Muhammed Süveysi, "Hendese", **İslam ansiklopedisi**, cilt:17, İstanbul: Türkiye Diyanet Vakfı, 1998, sy. 196.

[21] İhsan Fazlıoğlu, "Giriş", **Tahrîru usûli'l-hendese ve'l-hisâb: Euklides'in Elemanlar kitabının tahriri** (inceleme-tıpkıbasım) / Müellifi : Nasüriddin Tusi, İstanbul : Türkiye Yazma Eserler Kurumu Başkanlığı, 2012, sy 20.

[22] İbn el-Akfani, **Kitab irşad el-kasıd ila esne el-mekasıd**, Mektebeh Lübnan, 1998, sy. 74.

[23] İhsan Fazlıoğlu, **Uygulamalı Geometrinin Tarihine Giriş**, http://www.ihsanfazlioglu.net/yayinlar/makaleler/Uygulamali-Geometri-TR.pdf

> adamın aklı ve fikri aydınlanır, adeta, doğruluktan ayrılmayan bir akla sahip olur.[24]

Platon dahi matematiğin kendisine bir değer atfetmese de, geometriyi felsefe öğrenmenin bir önkoşulu olarak görür ve okulu Akademia'nın girişinde "Geometri bilmeyen buraya giremez" yazdığı söylenir.[25]

2.1 İSLAM DÜNYASINDA EUCLID ÇALIŞMALARI

İslam matematiğine üç farklı medeniyetin; Hint, Mezopotamya ve Yunan medeniyetlerinin matematiği temel teşkil eder. Özellikle ilk dönemlerde Hint kaynaklarından da çeviriler yapılsa da zamanla Yunan kaynaklarına doğru bir yönelme görülür. Biruni (11.yy) bunun sebebini iki şekilde açıklar. İlki, Yunan matematiğinin nazari gelişmişliğinin İslam düşünce yapısına ve ilim yapma geleneğine daha uygun olması, ikincisi ise Yunan metinlerinin aksiyomatik yapısının imkân sağladığı yakini bilgiyi elde etme isteğidir.[26] Buradan hareketle Yunanlılara ait birçok temel matematik eseri Arapçaya çevrilir. Bunlardan ilki Euclid'in *Elementler* kitabıdır. Bu eser Haccac bin Yusuf tarafından bir kere Halife Harun Reşid zamanında, bir kere de Halife Me'mun zamanında çevrilir. Bu iki çeviriden ilki tamamen kayıptır, ikincisi ise farklı çalışmalarda parça parça yer almaktadır.[27] Daha sonra İshak b. Huneyn (10. yy) tarafından bir çeviri daha yapılır ve bu çeviri Sabit bin Kurre tarafından tashih edilir. *Elementler*'in çevirisini Archimedes, Apollonius, Menelaus ve Ptolemy'e ait eserler izler. Çeviri faaliyetlerinin ardından, İslam âlimleri, bu eserlere şerhler yazmaya, genişletmeye ve hatta tashih etmeye başlarlar.[28]

Euclid özellikle *Elementler* kitabıyla geometri alanında en çok okunan, takip edilen matematikçi olur. Hem İslam dünyasında hem daha sonra modern Avrupa'da bu kitabı defalarca tercüme edilir ve ders kitabı olarak okutulur. Zaman zaman Euclid'in kendi ismi hendese/geometri ile eş anlamlı olarak kullanılır. Euclid'in geometri alanında yeni buluşlar

---

[24] İbn Haldun, **Mukaddime**, çev.: Zakir Kadirî Ugan**,** İstanbul: Milli Eğitim Basımevi, 1996-1997, sy. 585.
[25] Jean Brun, **Platon ve Akademia**, çev İsmail Yerguz, Ankara: Dost Kitabevi, 2007, sy. 53.
[26] İhsan Fazlıoğlu, *a.g.e.*, sy. 31.
[27] Gregg de Young, "The Arabic Textual Traditions of Euclid's Elements", **Historia Mathemetica**, sayı:11, 1984, sy. 149.
[28] Fuat Sezgin, **İslam'da bilim ve teknik : Arap-İslam Bilimleri Enstitüsü aletler koleksiyonu kataloğu**, çev.: Abdurrahman Aliy, Ankara: TÜBA ve T.C. Kültür ve Turizm Bakanlığı, 2007**,** sy. 125.

yapıp yapmadığı tartışmalı olsa da iyi bir eğitimci olduğu konusunda fikir birliği vardır. *Elementler* eski Yunan'dan günümüze ulaşan en eski matematik kitabıdır ve döneminin geometri birikimini toparlayan bir çalışma olduğu düşünülür. Önemi ise sistematik dilinden kaynaklanır. Kitapta bölümler genellikle bir tanımla başlar ve onu önermeler izler. Önermeler, teoremler ve problemler olarak ikiye ayrılır ve teoremlerin ardından ispatları, problemlerin ardından çözümleri verilir.[29] *Elementler* 13 kitaptan oluşur. İlk altı kitap iki boyutlu geometrik büyüklükler hakkındayken, 7-9 arası sayı teorisiyle ilgilidir. Burada Aristo'nun yapmış olduğu sayı ve büyüklük ayrımı göz önüne alınır. Onuncu kitap ise bu iki terimin birbiriyle ilişkisi hakkındadır ve ölçülebilirlik-ölçülemezlik konusu tartışılır. On birinci kitap üç boyutlu cisimleri, on ikinci kitap bu cisimlerin hacimlerini konu alır. Son kitapta ise düzgün çokyüzlü cisimlerden bahsedilir.[30]

İslam matematiğinde nazari hendese, yani teorik matematik oldukça gelişmiştir. Bu da matematiğe salt bilim olarak verdikleri değeri gösterir.[31] Euclid'in Elementleri, üzerine en çok çalışma yapılan eserlerden biridir. İbn el-Nedim (10.yy) el-Fihrist adlı eserinde Elementler'e şerh yazmış isimler olarak el-Neyziri, el-Cevheri, Ebu el-Vefa gibi âlimleri sayar.[32] Daha sonraki dönemlerde ise Ömer Hayyam, Esîruddin el-Ebherî, Nâsiruddin Tûsî ve Şemseddin es-Semerkandî'nin bu esere yazılmış şerhleri çok kapsamlı çalışmalardır. Eseri açıklamakla kalmayıp eleştirel bir tarzda yaklaşırlar.

İslam âlimleri nazari hendese alanında özellikle paralel doğrular üzerinde dururlar ve Euclid'in paraleller postulatı olarak bilinen beşinci postulatını ispatlamaya çalışırlar. Bu postulata göre, eğer iki doğruyu kesen bir doğrunun, bir taraftaki iki iç açısının toplamı iki dik açı değerinden küçükse, bu iki doğru kesişir. Bu postulat hem Helenistik dönemdeki matematikçiler tarafından, hem de İslam âlimleri tarafından çokça tartışılır. İslam âlimleri, Euclid'in postulatının yerine paralellik tanımının daha uygun düşeceğini düşünürler ve şöyle ifade ederler: Bir düzlemde doğrusal iki çizgi eğer aralarındaki uzaklığı korurlarsa, bu çizgiler paraleldir. Bu tanımda ortaya çıkan sorun, tanımın simetri özelliğini gösterip göstermediği konusunun ispata muhtaç olmasıdır. Sabit bin Kurre (8.yy) çalışmalarında bu tanımı kullanır ve tanımın simetri özelliği gösterdiğini ispatlar. Böylece, Euclid'deki paralellik kavramı

---

[29] Christoph J. Scriba, Peter Schreiber, **5000 Years of Geometry: Mathematics in History and Culture**, çev.: Jana Schreiber, Basel: Springer, 2015, sy 57.
[30] Victor J. Katz, *a.g.e.* , sy 52.
[31] Christoph J. Scriba, Peter Schreiber, *a.g.e.* , sy 172.
[32] El-Nedim, **The Fihrist of al-Nadim**, çev.; Bayard Dodge, New York&London: Colombia University Press, 1970, sy. 635.

yerine eşit uzaklık düşüncesini geçirir. Bununla beraber, Sabit bin Kurre çalışmalarıyla daha sonra Ömer Hayyam (11.yy) ve İbn Heysem'de (10.yy) de göreceğimiz üç açısı dik olan dörtgen (Hayyam dörtgeni ya da Saccheri dörtgeni olarak bilinir) fikrini destekler.[33] İbn Heysem, Euclid'in postulatını farklı bir şekilde ifade etmek ister ve şöyle der: Eğer bir doğru ilerliyorsa, bu doğru her zaman kendisine dik olacak bir doğruyla kesişir ve hareket eden doğrunun başlangıç noktasında, bu kesiştiği doğruya paralel olan bir doğru çizilebilir. İbn Heysem bu yorumunun Euclid'in postulatını içerdiğini fark etmez. Ancak postulata yeni bir bakış getiremese de yaptığı yorumla hendeseye hareket fikrini sokar. Ömer Hayyam, İbn Heysem'in bu yorumunu yetersiz bulur ve bu konudaki çalışmalarına şuradan hareketle başlar: Birbirine yakınlaşan iki doğru kesişir. Daha sonra yukarıda bahsettiğimiz üç iç açısı dik olan dörtgen üzerinde çalışır ve bu dörtgenin dördüncü açısının da dik olacağını ispatlar. Ömer Hayyam'dan sonra Nasiruddin Tusi (13.yy) de aynı dörtgen üzerine çalışır. Tusi çalışmalarında Hayyam'ın çalışmalarını göz önüne almakla birlikte kendi ispatını yapmak ister, geniş ve dar açılar üzerinden çelişki elde etmeye çalışır. İbn Sina eş-Şifa'da beşinci postulat için Euclid'in metnine sadık kalır ve aynı şekilde verir.[34] Paraleller postulatı üzerine yapılan çalışmalar, Euclid dışı bir geometrinin kapılarını araladığı için önemlidir.

İslam matematikçilerinin ilgilendiği diğer bir konu sayılamazlıktır. Daha önce Euclid'in yaptığı sayı-büyüklük ayrımından bahsetmiştik. Birçok İslam âlimi Euclid'in *Elementler*i'nin bu konuyla ilgili olan onuncu kitabına şerh yazar. Bununla beraber, bazı İslam cebircilerinin Euclid'in bu ayrımına karşın, irrasyonel sayıları kesirli sayılarla ifade etmesi üzerine, bazı yorumcular bu kullanımı, teorik bir zemine oturtmak ve Euclid'in çalışmalarıyla uyumlu hale getirmek için girişimlerde bulunurlar. Bu konu hakkında yazanlardan biri Ebu Abdullah el-Hasan ibn el-Bağdadi'dir (10.yy). El-Bağdadi, sayılarla hesaplamalar yapmanın Euclid'in geometrik metodundan daha kolay olduğunun farkındadır. Bu sebeple bu hesaplamaları yok saymak istemez ve sayı-büyüklük ikilemini çözmeye çalışır. Bunu yapmak için sayılar ve doğru parçaları arasında bir ilişki kurar. Oldukça modern bir düşünme biçimi olan bu ilişkide her birim büyüklük a için, her bir n tamsayısı, na şeklinde bu birim büyüklükle ilişkilendirilebilir. Bu büyüklüğün bir parçası ise, örneğin $\frac{m}{n}a$, bir sayının parçasıyla ilişkilidir ve bu da $\frac{m}{n}$dir. El-bağdadi böylece bu şekilde ifade edebildiği büyüklüklere rasyonel

[33] Roshdi Rashed, **Classical Mathematics from al-Khwarizmi to Descartes**, New York: Routledge and CAUS, 2015, sy 634.
[34] Richard Fitzpatrick, **Euclid's Elements of Geometry: English Translation from the Greek text of J.L. Heiberg**, 2007, sy. 7.

büyüklükler der. Bunun dışında el-Bağdadi irrasyonel büyüklükleri de sayılarla ilişkilendirmek ister ve bunun için kök kavramını kullanır. El-Bağdadi ayrıca irrasyonel büyüklüklerin, rasyonel büyüklüklerde *yoğun* olduklarını da ispatlamıştır. Yani, her iki rasyonel büyüklük arasında sonsuz sayıda irrasyonel büyüklük vardır.[35]

İslam medeniyetinde matematik çalışmalarına baktığımızda dikkat çekici olan ilk yapılan çevirilerden birinin Elementler gibi temel bir eserin çevirisi olmasıdır. Bunun tesadüfî olmadığı, bu eserin temel bir eser olduğunu idrak edecek bir bilim anlayışının yerleşmiş olduğu düşünülmektedir.[36] Daha sonraki dönemlerde de İslam âlimleri bu temel eser üzerine çalışarak ve onu geliştirerek geometri alanında ciddi bir birikim elde etmişlerdir.

---

[35] Victor J. Katz, *a.g.e.* , sy. 304.
[36] Fuat Sezgin, **İslam'da Bilim ve Teknik**, cilt: 3, 4. bs., İstanbul: Prof. Dr. Fuat Sezgin İslam Bilim Tarihi Araştırmaları Vakfı Yayınları, 2016, sy. 125.

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

3. EŞ-ŞİFA

İbn Sina'nın en önemli eserlerinden biri eş-Şifa'dır. Öğrencisi Cüzcani'nin anlatımına göre kendisi hocasından Aristo'nun çalışmalarına şerh yazmasını ister. Ancak İbn Sina buna vaktinin olmadığını, isterse bu ilimler hakkında bildiklerini herhangi bir açıklama ve karşı görüşe yer vermeden yazabileceğini söyler. Cüzcani bununla tatmin olur ve böylece İbn Sina eseri yazmaya başlar.[37] Cüzcani eserin mantık bölümünün başına tüm esere giriş olabilecek bir bölüm yazar ve kitabın yazılış süreci hakkında bilgi verir. Bu bölüm tüm nüshalarda bulunmamakla birlikte eseri anlamamıza yardımcı bilgiler içerir. Cüzcani'nin anlatımına göre İbn Sina eseri yazmaya doğa bilimlerinden(fizik) başlar. Ancak siyasi sebeplerden dolayı yazmaya ara verir. Daha sonra yine Cüzcani'nin ısrarlarıyla kitabı yazmaya devam eder ve fizik ve metafizik bölümlerini yirmi günde tamamlar. Cüzcani İbn Sina'nın bu iki bölümü başka herhangi bir kaynağa bakmaksızın kendi bilgileriyle tamamladığını söyler ve bundan duyduğu şaşkınlığı dile getirir. Gutas, metafizik bölümünün büyük bir kısmının daha önceki kaynaklarla kelimesi kelimesine aynı olmasından dolayı Cüzcani'nin bu ifadesini tartışmaya açar.[38] Şeyh daha sonra mantık bölümünü yazmaya başlar. Bir kısmını yazdıktan sonra yine siyasi sebeplerle ara vermek durumunda kalır. Tekrar yazmaya başladığında diğer mantık kitaplarıyla paralel gitmek adına bu kitapları temin eder ve onların tertibini izler. Eski kaynaklarda katılmadığı yerleri belirtir ve daha ayrıntılı bir çalışma yapar. Bu sebeple mantık bölümünün yazımı uzar. Matematik ilimlerini ise daha önce özetle yazmıştır ve bu kitaba ekler. Cüzcani bunları anlatmaktaki amacının kitabın bölümlerinin tertiplerindeki farklılıkların sebebine işaret etmek ve İbn Sina'nın lafızları açıklamak istememesinin nedenlerini ortaya koymak olduğunu söyler.[39] Böylece kitap mantık, fizik, matematik ve metafizik bölümlerinden oluşur.

Filozofun kendi ilimler tasnifi doğrultusunda şekillenen eser, Aristo'nun ilimler tasnifi ile paralellik gösterir. İbn Sina ilimleri ilk olarak nazari ve ameli hikmet olarak ikiye ayırır.

[37] William E. Gohlman, *a.g.e*, sy. 55
[38] Dimitri Gutas, **Avicenna and the Aristotelian Tradition**, Leiden: Koninklijke Brill NV, 2014, sy. 113.
[39] İbn Sina, **Kitabu'ş-Şifa, Mantığa Giriş**, çev. : Ömer Türker, İstanbul: Litera Yayıncılık, 2006, sy. 229.

Nazari hikmeti ise el-ılmu'l-esfel (aşağı ilim), el-ılmu'l-evsat (orta ilim) ve el-ılmu'l-a'la (yüksek ilim) olarak üçe ayırır. Bunlar sırasıyla fizik, matematik ve metafizik ilimlerdir. Burada geçen aşağı, orta ve yüksek terimlerini duyularla algılanan dünyadan manevi dünyaya doğru basamaklar olarak anlayabiliriz.[40] Eş-Şifa'da İbn Sina nazari ilimlere yer verir. Bunlara ek olarak mantık bölümünü ekler. Aristo, mantığı bir ilim olarak değil, ilmin aleti olarak kabul eder. Bu yaklaşımının Farabi, İbn Sina gibi filozoflarda da kabul gördüğünü söyleyebiliriz.[41] Eş-Şifa'nın planlanışı Aristo geleneğindeki ilimler tasnifinin aynısı olmakla birlikte, eserin içeriği de şeyhin gözünden bir Grek felsefe tarihi olarak okunabilir.[42] Nitekim filozof ilk bölüm olan mantığın girişinde bu eseri *Meşşai* geleneği destekleyecek şekilde yazdığını belirtir.[43]

Eş-Şifa'nın bölümleri bugüne kadar Türkçe, İngilizce, Fransızca, Almanca, Latince, Farsça, Süryanice, İspanyolca ve Rusça gibi dillere çevrilmiştir. İlk Latince çevirisi 1508 yılında Venedik'te yapılmıştır.[44]

Eş-Şifa'nın matematik bölümü dört kısma ayrılır; geometri, aritmetik, astronomi ve musiki. İbn Sina geometri bölümünü Euclid'in *Elementler* kitabını, aritmetik bölümünü Nikomakhos'un *Aritmetiğe Giriş* kitabını, astronomi bölümünü ise Ptolemy'nin *el-Macesti* kitabını esas alarak yazar. Bu yönüyle eş-Şifa'nın matematik bölümünün, klasik eserlerden yola çıkarak dönemin matematik bilgisini özetleyen bir eser olduğu söylenebilir. Şeyh, musiki bölümünde ise uzun araştırmaları ve kafa yormaları sonucu edindiği bilgileri özetlediğini söyler.[45]

İbn Sina geometri bölümü hakkında "Euclid'in elementler kitabını özetledim ve sorunları giderdim. Bununla yetindim" der.[46] Cüzcani de hocasının Euclid'in Elementler kitabına önemli eklemeler yaptığını iddia eder.[47] İbn Sina'nın matematik çalışmaları hakkında literatürde çok az bilgi vardır. Ancak âlimin, özellikle ünlü matematikçi Biruni'yle matematik hakkında yazışmış olması ve otobiyografisinde eski matematik çalışmalarına atıf yapması bu

---

[40] Halit Ünal, "İbn-i Sina'da İlimler Tasnifi", **İbni Sina Kongresi Tebliğleri**, Kayseri: Erciyes Üniversitesi Matbaası, 1984, sy. 46.
[41] Halit Ünal, *a.g.e*, sy. 44.
[42] İlhan Kutluer, "eş-Şifa", **İslam ansiklopedisi**, cilt:39, İstanbul: Türkiye Diyanet Vakfı, 2010, sy. 131.
[43] İbn Sina, *a.g.e*, sy. 3.
[44] Hüseyin Gazi Topdemir, *a.g.e*, sy. 28.
[45] İbn Sina, *a.g.e*, sy. 4.
[46] İbn Sina, *a.g.e*, sy.4.
[47] Fatih Gökmen, "İbni Sina'nın Riyaziye ve Hey'et Cephesi", Büyük **filozof ve tıb üstadı İbni Sina: şahsiyeti ve eserleri hakkında tetkikler**, 2. Bsk, Ankara: Türk Tarih Kurumu, 2009, sy. 453.

konuda çalıştığını düşündürür.[48] Bununla birlikte Sarton İbn Sina'nın matematiğinin teknik olmaktan öte felsefi olduğunu iddia eder.[49] İbn Funduk el-Bayhakî (12.yy) de *Tetimme Sivan el-Hikme* adlı eserinde İbn Sina hakkında Sarton'un düşüncesine paralel ifadeler kullanır. İbn Sina için matematikçi denilemeyeceğini, çünkü metafiziğin lezzetini alan bir kişinin düşüncelerini matematiğe ayırmak konusunda cimri davranacağını söyler.[50] Son yıllarda bu konuda çalışmalar yapılmaya başlandıysa da henüz bu iddiaya cevap verecek bir sonuç oluşmamıştır. Bizim de bu çalışmada geometri kitabının yalnız ilk üç bölümüne yer vermiş olmamızdan İbn Sina'nın matematik çalışmaları hakkında ayrıntılı bir bilgi ortaya koymamız mümkün olmamıştır. Daha sonraki çalışmalarda bu konuda bir veri sağlamayı ummaktayız.

3.1 TAHKİKLİ METİNDE KULLANILAN YAZMALAR

Bu çalışmada eş-Şifa adlı eserin geometri bölümünün üç nüshası esas alınarak tahkik yapılmıştır. Bunlar Süleymaniye Yazma Eser Kütüphanesi arşivinin Ayasofya, Fatih ve Carullah koleksiyonlarında bulunan nüshalardır. Nüshalar dipnotlarda sırasıyla ا, ف ve ج harfleriyle geçmektedir.

Ayasofya nüshası

Bu nüsha eş-Şifa'nın matematik bölümünün ilk iki kitabını; geometri ve astronomiyi içerir. 288 yaprak olan nüshada her sayfada 23 satır yer alır. Ölçüleri 250x185-180x120 mm'dir. Geometri bölümü nüshanın başından 86. yaprağa kadar devam eder. Oldukça düzgün bir nesih hatla yazılan nüshanın tarihi belirlenememiştir.

Fatih nüshası

Sadece geometri bölümünün yer aldığı bir nüshadır. 252 yaprak olan yazma, bazı sayfaları 10 satır, bazıları 11 satır olacak şekilde yazılmıştır. Ölçüleri 200x160-135x95 mm'dir. Nesih hatla yazılan nüshanın bitiriliş tarihi Hicri 604 senesi olarak verilmiştir.

---

[48] Ali A. Al-Daffa, John Stroyls, "Ibn Sina as a Mathematician", **İbn Sina doğumunun bininci yılı armağanı**, derl.: Aydın sayılı, 2. Bsk., Ankara: Türk Tarih Kurumu, 2014, sy. 93.
[49] George Sarton, **Introduction to History of Science**, cilt: 1, Baltimore: Carnegie Institution of Washington, 1927, s.710.
[50] Ali A. Al-Daffa, John Stroyls, *a.g.e*, sy. 97.

Carullah nüshası

Bu nüshada eş-Şifa kitabının tüm bölümleri yer alır. 467 yaprak olan eserin her sayfasında 35 satır vardır. Ölçüleri 206x150-155x107 mm'dir. Geometri bölümü 346b sayfasından 367b sayfasına kadardır. Eserin tarihi Hicri 693 senesi iken müstensihi Ebu Bekr Abdullah b. Ahmed'dir.

3.2 TAHKİKLE İLGİLİ NOTLAR

Tahkik çalışması sırasında herhangi bir nüsha tercih edilmeyip nüshalardaki farklı ifadelerden matematiksel olarak en doğru ifade seçilmeye çalışılmıştır. Üç nüsha büyük oranda birbirine benzerlik gösterse de Fatih nüshası diğer ikisinden bazı noktalarda ayrılmıştır. Carullah, içerisinde en fazla yanlış ifade ve eksik bulunan nüshadır. Ayasofya nüshasının onu tamamlayıcı nitelikte olması sayesinde tahkik biraz daha kolaylaşmıştır.

Nüshalardaki farklılıklar dipnotta gösterilmiştir. Bir nüshada eksik olan kelime ya da cümle nüshayı temsil eden harf yazıldıktan sonra "-" işareti konularak yazılmıştır. Örneğin; "ج-مستقيم" ifadesinde Carullah nüshasında "مستقيم" kelimesinin eksik olduğunu anlıyourz. Fazla olan kelime ise "+" işareti konularak yazılmıştır. Örneğin; "ف + الأطول" ifadesinde Fatih nüshasında "الأطول" kelimesinin fazla olduğunu anlıyoruz. İfade farklılıkları ise yine nüshayı temsil eden harf yazıldıktan sonra iki nokta üst üste (:) konularak verilmiştir. Örneğin; "ج : ساقاهما" ifadesine göre Carullah nüshasında sonuna dipnot koyduğumuz kelime yerine "ساقاهما" ifadesi yer almaktadır. Eksiklik, fazlalık ya da farklılık birden fazla nüshada varsa iki nüshayı temsil eden harf yan yana yazıldıktan sonra yine aynı yöntem izlenmiştir. Eğer yanlışlıklar veya eksiklikler satır aralarında ya da kenarda düzeltildi ise "صح هامش" ifadesinden sonra hangi nüshada düzeltildi ise onu temsil eden harf yazılmıştır.

Nüshalarda kullanılan illet harfleri (و،ي،ا) modern Arapça'da kullanılan şekline, hemzeye dönüştürülmüştür. Örneğin; yazmalarda "قايم" şeklinde geçen kelime "قائم" olarak yazılmıştır. Aynı şekilde "ثلث" şeklinde yazılan üç kelimesi günümüz kullanımı olan "ثلاثة" şekline dönüştürülmüştür.

3.3 TAHKİKLİ METİN

3.3.1 المقالةالأولى من أوقليدس

بسم الله ارحمن الرهيم

النقطة هي[51] شيء ما لا جزء له. والخط: طول بلاعرض وطرفاه[52] نقطتان. والخط المستقيم: هو المخطوط على استقبال كل[53] نقطة[54] تفرض فيه لنقطتي طرفيه.

والبسيط ما له طول وعرض[55] معا واطرافه خطوط. والبسيط المسطح[56] هو المبسوط على استقبال الخطوط التي تفرض فيه لخطي طرفين متقابلين منه وهو السطح.

والزاوية المسطحة هي التي تخط بها[57] خطان متصلان لاعلى الاستقامة متحاديان على سطح. واذا قام خط على خط، فسير الزاويتين اللتين عن جنبتيه متساويتين، فالقائم عمود على الآخر، والزاويتان كل واحد

منهما قائمة. والمنفرجة زاوية أكبر من القائمة، والحادة زاوية أصغر من القا ئمة [58].

وحد الشيء طرفه. والشكل ما احاط به حد أو حدود.

والدائرة شكل مسطح يحيط به خط واحد. وفي داخله نقطة، كل الخطوط المستقيمة الخارجة[59] منها إلى المحيط متساوية وهي المركز. وقطر الدائرة خط مستقيم من المحيط إليه جائز على المركز. فنصف الدائرة شكل يحيط به خط[60] القطر ونصف المحيط. وقطعة[61] الدائرة شكل يحيط به خط مستقيم وقطعة[62] من[63] المحيط، أصغر أو أكبر[64] من نصف الدائرة.

والأشكال المستقيمة الخطوط هي التي يحيط بها خطوط مستقيمة؛ أولها المثلث، وهو شكل يحيط به ثلاثة خطوط مستقيمة. فمنه المتساوي الأضلاع ،ومنه المتساوي الساقين وهو الذي يتساوي حدان منه ،ومنه المختلف الأضلاع. وايضا منه القائم الزاوية وهو الذي الزاوية منه قائمة، والمنفرج الزاوية وهوالذي زاوية منه منفرجة، ومنه الحاد الزوايا وهو الذي زواياه كلها حادة .

ثم الذي يحيط به أربعة أضلاع .فمنه المربع، وهو المتساوي الأضلاع القائم الزوايا[65].ومنه المستطيل، وهو القائم الزوايا الغير المتساوي الأضلاع .ومنه المعين، وهو المتساوي الأضلاع المختلف الزوايا[66]. ومنه الشبيه المعين، وهو الذي كل ضلعين من

---

[51] ج- هي
[52] ا ج : طرفا الخط
[53] ا ج - كل
[54] ا ج+ التي
[55] ا ج + فقط
[56] ج - المسطح
[57] ف : به
[58] ف : والحادة زاوية أصغر من القا ئمة، والمنفرجة زاوية أكبر من القائمة
[59] ف - المستقيمة الخارجة
[60] ا ج - خط
[61] ف + من
[62] ا ج : طائفة ، صح هامش ا.
[63] ا ج + الخط
[64] ا ج : أكبر أو أصغر
[65] ا ج : .فمنه المتساوي ...الزوايا ويسمى المربع
[66] ج - وهو المتساوي الأضلاع المختلف الزوايا.

أضلاعه وزاويتين من زواياه متقابلان متساويتان وليس متساوي الأضلاع ولاقائم الزوايا .ومنه المنحرف، وهو كل ما خالف المذكورة.

ثم الأشكال الكثيرة الأضلاع كالمخمس والمسدس وغير ذلك[67].

والخطان المتوازيان هما اللذان اذا خرج طرفاهما من كلتا الجهتين ولو إلى غير النهاية لم يلتقيا[68].

اصول التقدير[69]

تقول لنا أن نخط من اي نقطة شئنا إلى أي نقطة شئنا خطا مستقيما[70]، ولنا أن نلصق بكل خط مستقيم[71] خطا مستقيما. وأن نخط دائرة على كل نقطة بقدر كل بعد. وأن القوائم كلها متساوية. واذا وقع خط مستقيم[72] على خطين، فكانت الزاويتان داخلتان من جهة واحدة أنقص من قائمتين، فان الخطين يلتقيان لامحالة في[73] تلك الجهة. وخطان مستقيمان لايحيطان بسطح. وخط واحد مستقيم لايتصل على استقامته بخطين مستقيمين.

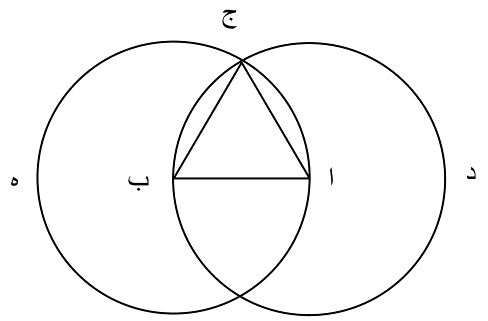
علم جامع

الأشياء المساوية لشيء واحد متساوية .وإن كانت أضعافا وأنصافا لشيء واحد فهي متساوية. وإن زيد على المتساوية متساوية حصلت متساوية. وإن نقص من المتساوية متساوية بقيت متساوية. وإن زيد على[74] المتساوية غير متساوية بقيت غير متساوية. وما انطبق على أخر انطباقا لايفضل أحدهما عن الآخر فهو مساو له[75]. والكل أعظم من الجزء[76].

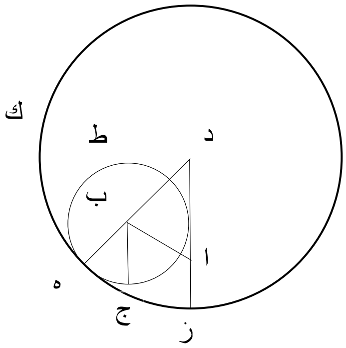
آ: نريد أن نعمل على خط[77] ا ب المستقيم المفروض[78] مثلثا متساوي الأضلاع. فنجعل نقطة ا مركزا، وببعد ب دائرة ب ج د. و ب مركزا، وببعد [79]ا ب دائرة ا ج ه. ونصل ج المنقطع بنقطتي ا و ب. فمثلث ا ب ج متساوي الأضلاع. لأن[80] ضلعي ا ب ، ا ج منه خرجا من المركز إلى المحيط، فهما متساويان. وكذلك ضلعان ب ا، ب ج فهما أيضا متساويان. والأشياء المتساوية لشيء واحد متساوية. فضلعان ج ا ، ج ب أيضا هما[81] متساويان. فمثلث ا ب ج متساوي الأضلاع[82] على خط ا ب. وذلك ما اردنا أن نبين[83].

---

[67] ا ج : غيرهما
[68] ا ج : والخطوط المتوازية هي التي تكون على بسيط واحد ان اخرج في كلتا الجهتين إلى غير النهاية لم يلتق.
[69] ا ج : علم يحتاج إلى تقريره
[70] ا ج : من ذلك أن نتتي بخط مستقيم من اي نقطة شئنا إلى أي نقطة.
[71] ا ج - مستقيم
[72] ج - مستقيم
[73] ج : من
[74] ا ج : نقص من
[75] ا ج : . وما انطبق بعضها على بعض فلم يفضل أحدهما على صاحبة فهي متساوية.
[76] ا ج - والكل أعظم من الجز ، صح هامش ا.
[77] ا - خط
[78] ف- المستقيم المفروض
[79] ا : ا
[80] ا ج - متساوي الأضلاع. لأن
[81] ا ج : منه
[82] ا ج + معمول
[83] ا ج : نعمل

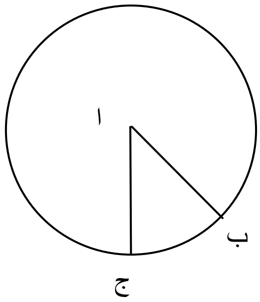


ب: نريد أن نصل بنقطة ا خطا متساويا لخط مفروض مثل[84] ب ج . فنصل ا ب ونعمل عليه مثلث ا ب د[85] متساوي الأضلاع، وعلى ب وببعد ب ج دائرة ج ه ط[86]. وتخرج د ب إلى ه من[87] المحيط. وعلى د وببعد ه دائرة ك ه . ونخرج د ا[88] إلى ر ، فخطا د ر ، د ه متساويان. ينقص منهما د ا، د ب المتساويين، يبقى ا ر، ب ه متساويين. فـا ر، ب ج المساوي كل منهما لـب ه متساويان. فقد وصلنا بنقطة ا خط ا ر مساويا لـ[89]ب ج. وذلك ما أردنا أن نبين[90].

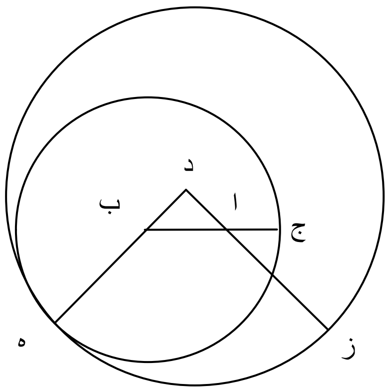


[84] ا ج – مفروض مثل
[85] ا ج : ا ب د مثلثا.
[86] ا ج : ج ا ط
[87] ا ج : في
[88] ف : د
[89] ا ج : وج ب، ب ه متساويان لأنهما من المركز إلى المحيطظ والأشيا المتساوية لشي واحد فهي متساوية. فخط ب ج وا ر متساويان.
[90] ا ج : نعمل

ج: ولنجعل النقطة من طرف الخط، مثل نقطة ا من خط ا ب، فلنجعل ا مركزا وببعد ب دائرة، ونعمل عليها نقطة ج [91]. ثم نخرج من ا خط اج إلى الدائرة.



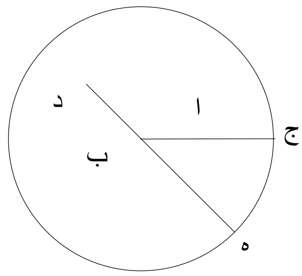
د: ولنجعل نقطة في الخط نفسه[92]، مثل نقطة ا في خط ب ج، فلنعمل على ب ا مثلث ب ا د متساوي الأضلاع[93]، وعلى ب [94] ببعد ج دائرة ج ه. ونخرج ب د [95] على الإستقامة إلى ه . ونعمل[96] على د ه دائرة ه ز. ونخرج د ا إلى ز ، فـ د ه، د ز المتساويان. قد نقص[97] منهما د ب، د ا المتساويان، يبقى ب ه مثل ا ز ، وب ج مثل ب ه ، فـ ا ز مثل [98]ب ج.



ه[99]: ولذلك وجه آخر. نتعلم نقطة د خارجه عن خط ب ج. ونصل ب د، ونخرجه إلى غير نهاية. وعلى ب ببعد ج دائرة ج ه، تقطع ب د المخرج على ه، ونصل نقطة ا خطا مثل خط ب ه كما علمناه أولا، فهو مثل ب ج. وذلك ما أردنا بيانه.

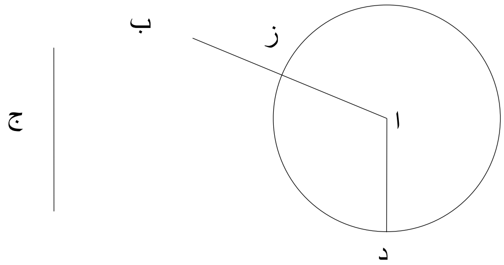
---

[91] ا ج - ونعمل عليها نقطة ج.
[92] ا ج – نفسه ، صح هامش ا.
[93] ف - متساوي الأضلاع
[94] ج - ب
[95] ف : ب
[96] ا ج – ونعمل ، صح هامش ا.
[97] ف : يذهب
[98] ا ج + وذلك ما أردنا أن نعمل.
[99] ا ج - ولذلك وجه آخر. نتعلم.... المفروضة خطا مثل ذلك الخط.



قال مصنف: هذا المختصر، وقد يمكن ازالة هذه الشبه بأسهل من ذلك. وهو أن النقطة إذا كانت على طرف الخط أو فيه، فإنا نوقع لا على الخط، نقطة أخرى. نضيف إليها بما قد بين خط مثل المفروض. ثم نضيف إلى النقطة المفروضة خطا مثل ذلك الخط.

و: نريد أن نفصل من أطول خطين مثل ا ب خطا مساويا لأقصرهما مثل ج. فنصل ا د مساويا لـ ج .وعلى ا د دائرة تقطع ا ب[100] على ز. فـا ز وج مساويان لـا د ، فهما متساويان[101]. فقد فصلنا ا ز مساويا لـج [102].

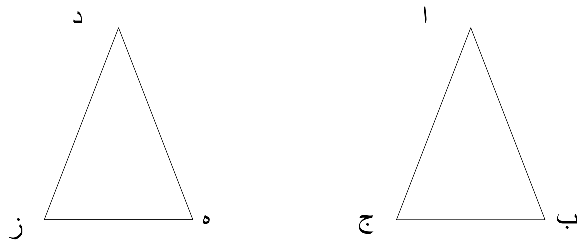


ز: إذا تساوي من مثلثين مثل مثلثي [103] ا ب ج، د ه ز، زاويتين مثل ا و د[104] وساوا ساقا أحدهما ساقي[105] الأخرى المحيطين بالزاويتين المتساويتين[106] كل لنظيره مثل ا ب لـد ه و ا ج لـد ز فأقول؛ أن زاويتي ب و ه وزاويتي ج و ز وقاعدتي ب ج، ه ز متساوية كل لنظيره والمثلثان متساويان.

برهان ذلك ؛ أن نضع نقطة ب على نقطة ه ، ونطبق خط ا ب على خط ه د ، فلأنه مساو له. تقع نقطة ا على نقطة د[107]، ولأن زاويتي ا و د متساويتان. يقع خط ا ج على د ز، وينطبق ج على ز، لأن ا ج و د ز متساويان. فينطبق ب ج على ه ز [108]. وإلا يقع

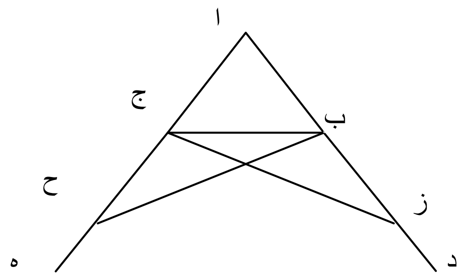
[100] ف + الأطول
[101] ا ج - لـا د ، فهما متساويان ، صح هامش ا.
[102] ج + ذلك ما أردنا.
[103] ا ج : كمثلثي
[104] ا ج : كزاويتي ب ا ج وه د ز
[105] ا ج : ساقاهما
[106] ا ج - الأخرى المحيطين بالزاويتين المتساويتين
[107] ا ج : نقطة ه على نقطة ب، ونطبق خط على ه د خط ا ب، فلأنه مساو. تقع نقطة د على نقطة ا،
[108] ا ج : يقع خط د ز على ا ج، وينطبق ز على ج، لأن د ز، ا ج متساويان. فينطبق ه ز على ب ج.

مختلفا فيحيطان بسطح، وهما مستقيمان. هذا خلف. فينطبق إذا القاعدة على القاعدة وزاويتا ب و ج على زاويتى ه و ز[109] والمثلث على المثلث[110].



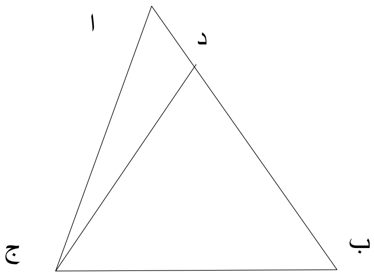
ح: مثلث ا ب ج متساوي ساقي ا ب، ا ج ، فزاويتا ا ب ج، ا ج ب اللتان على القاعدة متساويتان. وإن أخرج هذان الساقان على الإستقامة، مثلا إلى د و ه، فزاويتا د ب ج، ه ج ب اللتان تحت القاعدة متساويتان.

برهانه؛ إن نعلم على أحدهما، وليكن ج ه نقطة ح. ونفصل ا ز مساويا لـا ح[111]. ونصل ب ح، ج ز. فلأن ساقي ا ز، ا ج مساويان لساقي ا ح، ا ب كل لنظيره، وزاوية ا مشتركة، فزاويتا ا ج ز، ا ب ح متساويان. وأيضا زاويتا ج ز ب، ج ح ب[112] وقاعدتا ج ز، ب ح متساويتان. وأيضا ب ز، ج ح الباقيان من ا ز، ا ح، و ج ز، ب ح متساويان. وزاويتا ز و ح متساويتان. فزاويتا ز ب ج، ح ج ب تحت القائدة متساويتان. وزاويتا ز ج ب، ح ب ج المتناظرتان متساويتان. فباقية ا ب ج من زاوية ا ب ح مساوية لباقية ا ج ب من زاوية ا ج ز. وذلك ما أردنا أن نبين[113].



[109] ا ج : وزاويتا ه و ز على زاويتى ب و ج.
[110] ا ج + مثلث د ه ز على مثلث ا ب ج فهو مساو له. ذلك ما أردنا أن نبين.
[111] ا ج : فلنفرض على ب د نقطة كيف إتفقت وليكن ز. ونفصل ا ح من ا ه مثل ا ز.
[112] ا ج + متساويتان
[113] ج – أن نبين.

ط: فإن كانت الزاويتان على القاعدة متساويين، فالساقان مثل ا ب، ا ج متساويان. وإلا فليكن ا ب أطولهما، ويفضل منه ب د مساويا لـا ج، ونصل د ج. فـد ب، ب ج من مثلث د ب ج مساو لـا ج، ب ج من مثلث ا ب ج كل لنظيزه. وزاوية ا ج ب مثل زاوية ا ب ج[114]، فمثلث ا ج ب مثل مثلث د ب ج. الكل مثل الجزء[115]. هذا خلف[116].



ي: كل خط مثل[117] ا ب خرج من طرفيه خطان والتقيا على نقطة، مثل ا ج، ب ج الملتقيا على ج ، فليس يمكن أن نخرج منهما أخران مساويان لهما[118] كل لنظيره في تلك الجهة بعينما[119] ويلتقيان على غير تلك النقطة. وإلا فليخرجا، فيكون التقا وهما إما على نقطة داخل مثلث ا ب ج، أو على أحد[120] خطي ا ج، ب ج، أو خارجا منهما غير مقاطع أو خارجا مقاطعا.

فلايجوز أن يلتقيا داخل المثلث، مثل خطي ا د، د ب. فلنخرج ا د إلى ه، وا ج إلى ط، ونصل د ج. فيكون ساقا ا د، ا ج متساويان. وزاويتا ا د ج، ا ج د متساويتين[121]. وزاويتا ه د ج، ط ج د متساويتين. لكن زاويتي ب د ج، ب ج د متساويتان لتساوي الساقين، فزاوية ه د ج أصغر كثيرا[122] من زاوية د ج ه. هذا خلف.

---

114 ف : ب

115 ا ج- الكل مثل الجزء.

116 ا + فليس ا ب بأطول من ا ج. وبمثل ذلك يتبين أنه ليس بأقصر منه فهو إذا مساو له. وذلك ما أردنا.

117 ف : خط

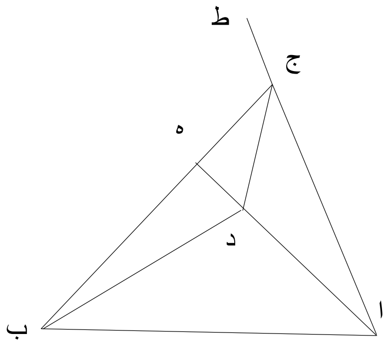
118 ف- لهما

119 ف : بعينها

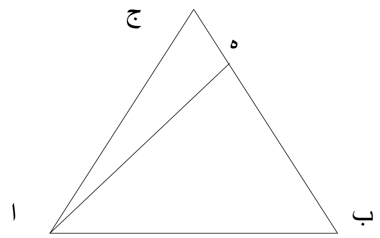
120 ف- أحد

121 ا- متساويتين، صح هامش.

122 ج- كثيرا



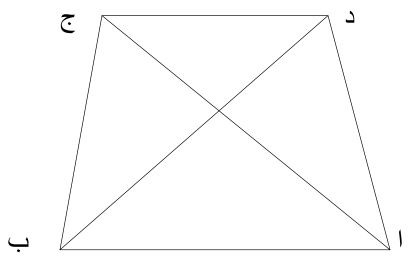
يا : و بمثل ذلك نبين أن إن[123] وقعا خارجين غير مقاطعين، وإن التقيا على نقطة من أحد الخطين، مثل ب ه ا ه. كان ب ه مساويا لب ج. هذا خلف.



يب : و إن التقيا وقطع الخارج من إحدى النقطتين[124]، الخارج من النقطته الأخرى، مثل خطي[125] ا ج، ا د من نقطة ا أو خطي ب ج، ب د من نقطة ب، والتقى ا ج، ب ج على ج وا د، ب د على د، فقطع ب د، ا ج. فنصل ج د. فـا ج[126] مثل ا د، فزاويتا ا ج د، ا د ج متساويان. فتكون زاوية د ج ب أكبر من زاوية ا ج د، وأكبر كثيرا من زاوية ب د ج [127]. ولكن ساقي ج ب، ب د متساويان[128]. هذا خلف.

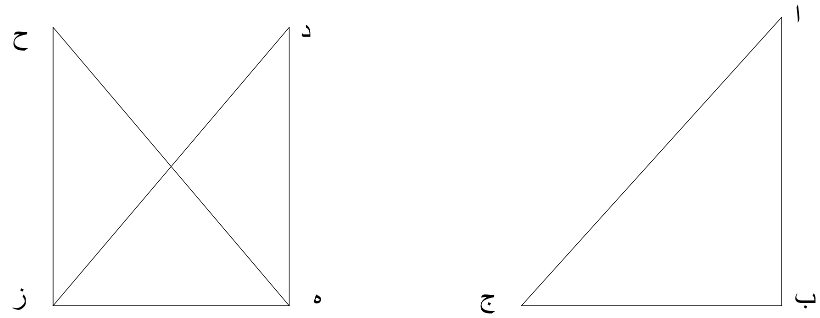
---

[123] ا ج إذا
[124] ا ج : منهما من نقطة
[125] ا – خطي، صح الهامش.
[126] ا ج : فلأن ا ج
[127] ج : فتكون زاوية ج د ب أصغر من زاوية ا ج د، وأصغر كثيرا من زاوية ب ج د.
[128] ا ج + فزاويتا ب ج د، ب د ج متساويتان.



يج : مثلث ا ب ج تساوت الأضلاع الثلثه منه الساقان والقاعدة[129] لنظائرها من مثلث ه د ز، فالزاويتان اللتان توترهما القاعدتان[130] متساويتان.

برهانه؛ إنا إذا أوقعنا نقطة ب على ه، فتقع[131] ج على ز لتساوي القاعدتين. فان ب ا يقع منطبقا على ه د. وإلا فليقع منفصلا عنه، فهو[132] مثل ه ح، ح ز[133]. فيكون خطا ه د، د ز خرجا من طرفي خط ز ه، والتقيا على د. وخرج أخران مساويان لهما في تلك الجهة، ولم يلتقيا عليه. هذا خلف.



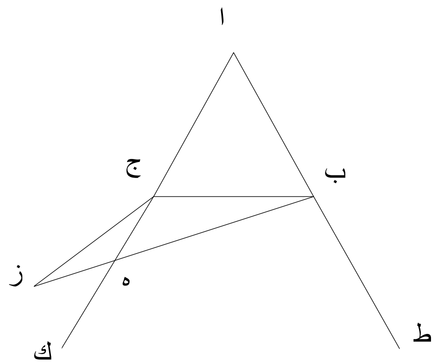
يد : مثاث ا ب ج متساوي ساقي ا ب، ا ج، وقد أخرجا إلى[134] ط وك. وعمل على خط[135] ب ج مثلث متساوي الأضلاع. فاقول أن ضلعيه الآخرين يقعان بين الخطين.

ولايكون أحد ضلعيه من إحدى الساقين المخرجين، مثل مثلث ب ج ه. لأن ساقي ج ه، ه ب متساويان، فزاويتا ه ج ب، ه ب ج متساويتان، وزاويتا ه ج ب، ج ب ط[136] تحت القاعدة متساويتان، فزاوية ج ب ه مثل ج ب ط [137]. الكل مثل الجزء، هذا خلف.

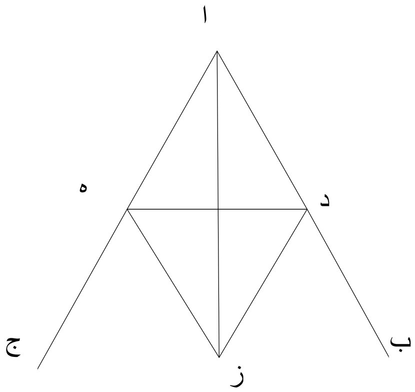
---

[129] ا : الأضلاع الثلثه الساقان والقاعدة منه
[130] ا ج : قاعدة
[131] ا ج : ووقع
[132] ا ج - فهو
[133] ا ج – ح ز
[134] ا ج + غير نهاية
[135] ا ج - خط
[136] ف : ج ب ك
[137] ف : ج ب ك

ولايجوز أيضا أن يقع الخطان من خارج جميعا، مثل خطي ب ز، ج ز. لأن زاوية ب ج ز تصير مثل زاوية ز ب ج. لكن زاوية ب ج ز أكبر من زاوية ز ب ج. هذا خلف.



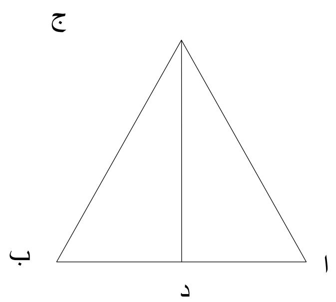
يه : نريد أن نقسم زاوية مستقيمة الخطين[138]، مثل ب ا ج. فنأخذ ا د، ا ه من ضلعيهما متساويان، ونصل د ه [139]. ونعمل عليه مثلث د ه ز متساوي الأضلاع، ونصل ا ز. فقد نصفناها. لأن ا د وا ز متساوي كل لنظيره من[140] ا ه، ا ز، وقاعدتا د ز، ز ه متساويتان. فزاوية[141] د ا ز مثل زاوية[142] ه ا ز. فزاوية د ا ه قد إنقسم بنصفين[143].



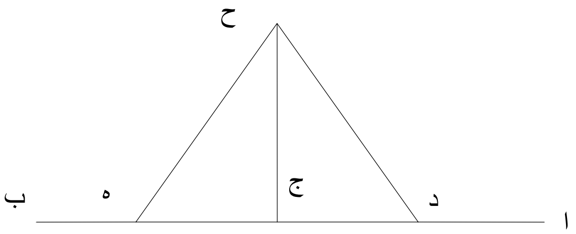
يو : نريد أن ننصف خط ا ب. فنعمل عليه مثلث ا ب ج متساوي الأضلاع. وننصف زاوية ج بخط نخرج إلى د من خط ا ب. فخطا ا ج، ج د مساويان لخطي ب ج، ج د كل لنظيره. وزاويتا ج متساويتان، فقاعدتا ا د، د ب متساويتان. فـا ب منصف. بذلك وهو ما أردنا[144].

---

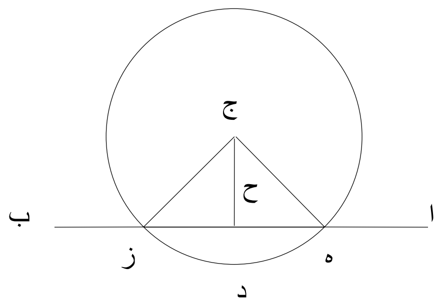
[138] ا ج – مستقيمة الخطين
[139] ا ج - ونصل د ه
[140] ا ج - كل لنظيرة من، ا ج+ ل ا ه
[141] ا ج : فإذا المثلثان متساويان. وكذلك الزوايا المتناظرة
[142] ا ج – زاوية، صح الهامش ا.
[143] ا ج : فقد نصفناها نصفين.



يز : نريد أن نخرج من نقطة ج المعلومة، من خط ا ب المعلومة عمودا عليه. فلنخرج الخط من جهتين على الاستقامة بغير نهاية، ولنأخذ ج د، ج ه متساويين. ونعمل على د ه مثلثا متساوي الأضلاع، وهو د ح ه. ونصل ج ح عمودا[145]. فلأن ساقي د ج، ج ح مثل نظيرتهما ساقي ه ج، ج ح[146]، وقاعدتا د ج، ه ج[147] متساويتان. فزاوية ح ج د مثل ح ج ه، فخرج[148] عمود.



يح : فإن أردنا أن نخرج إلى ا ب عمودا من ج، وهي نقطة ليست فيه، فأنا نرسم الخط بغير نهاية. ونخرج في غير جهة ج نقطة د كيف اتفقت [149] ، وببعد ج د دائرة تقطة ا ب على ه وز. ونصل ج ه، ج ز. وننصف زاوية ج بخط ج ح، فهو العمود. لأن زاويتي ج متساويتان، وساقي ه ج، ج ح كل مثل نظيره من ساقي ز ج، ج ح، فزاوية ج ح ه مثل نظيرتهما ج ح ز. فـج ح عمود.



---

[144] ف - بذلك وهو ما أردنا.

[145] ا ج : فـج ح عمود.

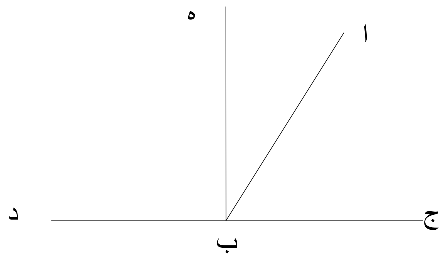
[146] ا ج : ساقي د ج، ج ح مثل ساقي ه ج، ج ح نظيرتهما.

[147] ج ف : د ح، ه ح.

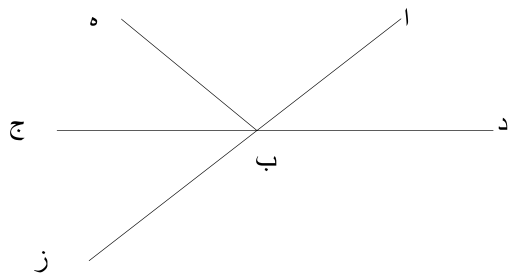
[148] ا ج : فـج ح.

[149] ا ج : في غير جهة نقطة ج نقطة كيف اتفقت، وهي نقطة ح.

يط : كل خط يقوم على خط كا ب على ج د، فالزاويتان اللتان[150] عن جنبتيه؛ إما قائمتان، إن كان ا ب عمودا أو مساويتان لقائمتين، إن لم يكن عمودا. لأن إذا أقمنا على ب عمود ب ه، وكان زاويتان ج ب ا، ا ب ه مثل قائمة، وزاوية ه ب د قائمة. فثلاث زوايا ب مثل قائمتين. فـا ب ج، ا ب ه اثنتان منها فهي مع ه ب د مساوية لقائمتين[151].



ك : إذا أخرج من نقطة في طرف خط خطان عن زاويتين مساويتين لقائمتين، فالخطان اتصلا على الإستقامة، مثل خطي ب د، ب ج على ب من ا ب. وإلا فليتصل بخط ب د خط آخر على الإستقامة، مثل ب ه بين الخطين أو مثل ب ز خارج الخطين؛ فان كان مثل ب ه يكون زاويتا ا ب د، ا ب ه أيضا معادلتين لقائمتين. سقط ا ب د المشتركة، يبقى زاويتا[152] ا ب ه، ا ب ج متساويتين، الكل مثل الجزء، هذا خلف. وكذلك إن كان مثل ب ز، فكذلك البرهان عينه.

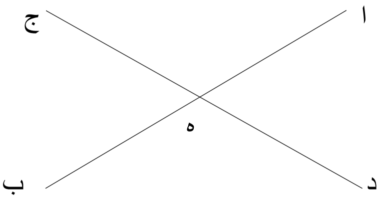


كا : كل خطين تقاطعان، كخطي ا ب، ج د على ه، فكل زاوية مثل مقابلتها والأربع معادلة لأربع قوائم. لأن زاويتي ا ه د، د ه ب معادلتين لقائمتين.

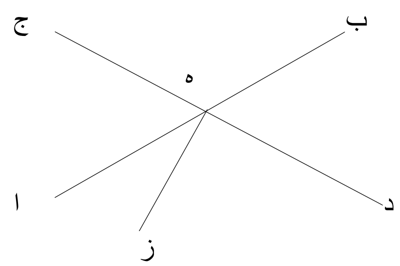
150 ا ج – اللتان، صح هامش ا.

151 ا ج : وا ب د إثنان منها فهي مع ا ب ج مساوية لقائمتين.

152 ا- زاويتا، صح هامش.

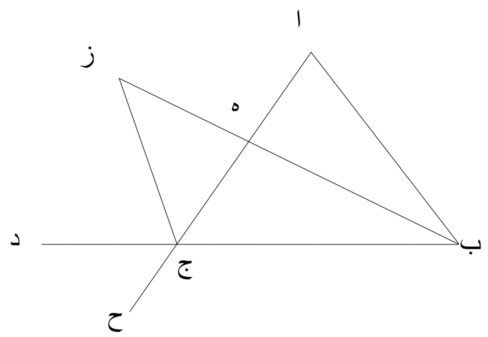


كب : وكذلك زاويتا د ه ا، ا ه ج، سقط ا ه د المشتركة، يبقى د ه ب، ا ه ج مساويتين لقائميين[153]. فكذلك البرهان في سائرها، والأربع كذلك مثل أربع قوائم. وبالعكس، إذا تساوت المقاطعتان، فالخطان متصلان على الإستقامة. وإلا فليتصل بخط ب ه خط ز ه على الإستقامة، فتكون زاوية ز ه ج مثل زاوية ب ه د، وهي مثل زاوية ا ه ج، هذا خلف.

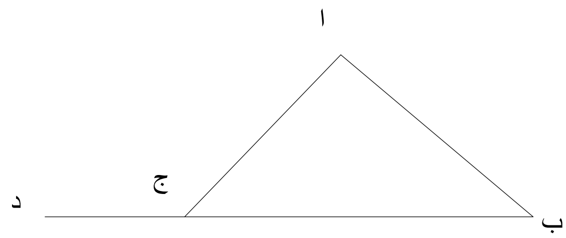


كج : كل مثلث يخرج ضلع من أضلاعه على الإستقامة، مثل ب ج إلى د من مثلث ا ب ج، فالزاوية الخارجة، وهي ا ج د، أعظم من كل واحدة من الداخلتين اللتين يقابلانها، وهما زاويتا ب ا ج، ا ب ج. فلننصف ا ج على ه ونصل ب ه، نخرجها إلى ز على أن يكون[154] ه ز مثل ب ه، ونصل ز ج. فـا ه، ه ب مثل ج ه، ه ز. وزاويتا ا ه ب، ز ه ج المتقاطعتان متساويتان. فزاوية ه ج ز مثل نظيرتها ب ا ه. فجميع ا ج د أعظم من ب ا ج. وأيضا يخرج ا ج إلى ح نبين كذلك. أن ب ج ح أعظم من ا ب ج، وهي مساوية المقاطعتها ا ج د فـا ج د أعظم أيضا من ا ب ج[155].

[153] ا ج – لقائميين.
[154] ف - يكون
[155] ف : ا ب ج ه.

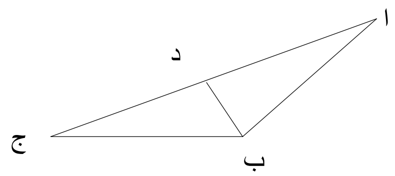


كد : كل مثلث فمجموع أي زاويتيه كان أنقص من قائمتين. ولنخرج ب ج إلى د ليتبين أن زاوية ا مع ج، و ب مع ج أنقص من قائمتين. لأن زاوية ا ج ب مع كل واحدة منهما أنقص منهما مع ا ج د. وهي مع ا ج د معادلة لقائمتين.

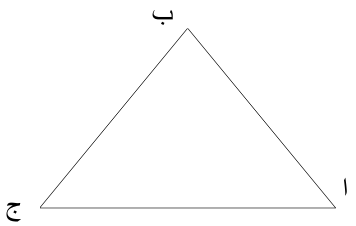


كه : ضلع ا ج أطول في المثلث من ضلع ا ب ،فزاوية ا ب ج التي يوترها ا ج الأطول أعظم من زاوية ج التي يوترها ا ب الأقصر. فنفضل ا د مثل ا ب. فزاوية ا ب ج أعظم من ا ب د ، وا ب د مثل ا د ب الخارجة التي هي أعظم من ب ج د، فـا ب ج كثيرا أعظم من ا ج ب.

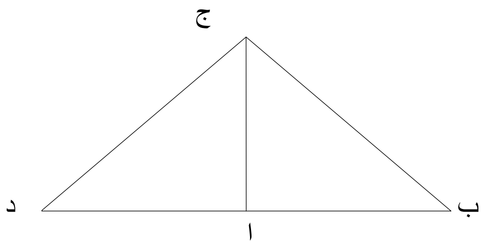
.



كو : زاوية ب العظمى أطول وترا من زاوية ج الصغرى. لأن ا ب إن كان مساويا لـا ج، فزاويتا ب وج متساويتان. وإن كان أطول فزاويتا ج إلى يوترها ا ب أعظم، وا ب أقصر، هذا خلف[156].



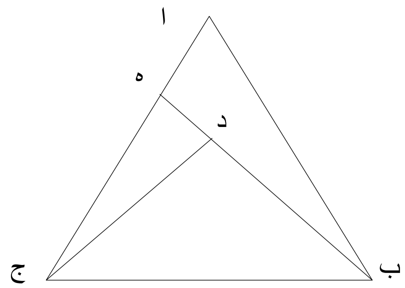
كز : كل ضلعين من مثلث، إذا جمعا، فهما أطول من الثالث. وإما إن كان مساوي الأضلاع، فذالك ظاهر. وإن كان ب ج أطول، فنخرج ب ا إلى غير النهاية. ونأخذ ا د مثل ا ج، ونصل د ج. فزاوية ب ج د أعظم من ا ج د، وهي تساوي[157] ا د ج. فوتر ب ج د، وهو ب د، أعني ب ا، ا ج، أعظم من وتر د[158]، وهو ب ج.



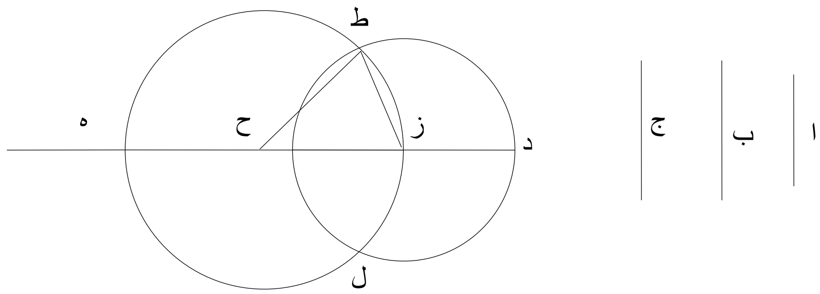
كح : كل مثلث يخرج من طرفي ضلعيه[159] خطان يلتقيان على نقطة في داخله، مثل ب د، ج د على د، فهما أقصر من ساقيه، أعني من ب ا، ا ج. لكن زاويتهما، أعني ب د ج، أعظم من زاوية الساقين، مثل ا. ولنخرج[160] ب د إلى ه. فـد ه، ه ج أطول من د ج. فـب د، د ه، ه ج أطول من ب د، د ج. وكذلك ج ه مع ه ا، ا ب أطول من ج ه، ه ب، فأطول كثيرا من ج د، د ب. ولكن زاوية د الخارجة أعظم من ه ، وه الخارجة أعظم من ا، فـد أعظم كثيرا من ا[161].

---

[156] ا ج : يوترها ا ب أعظم، هذا خلف، وا ب أقصر.
[157] ا ج : أعني
[158] ا ج : ب د ج
[159] ا ج : ضلع منه
[160] ا- ولنخرج، صح هامش.
[161] ج: ا ه



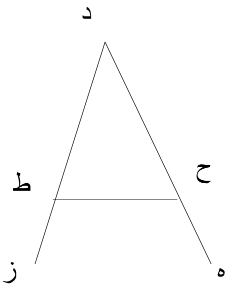
كط : نريد أن نعمل مثلثا من ثلاثة خطوط [162]، مثل خطوط ا، ب، ج المعلومة كل لنظيره. وهذه الخطوط كل اثنين منهما أطول[163] من الثالث، وإلا لم يمكن. فيخط د ه بلانهاية[164]، ويفصل منه د ز مثل ا ، وز ح مثل ب ، وه ح مثل ج. وعلى ز ببعد د[165] دائرة ط ل د، و على ح ببعد ه[166] دائرة ط ل ه، يتقاطعان على ط. فنصل ط ز، ط ح. فـز ح مثل ب، وط ح أعني ه ح مثل ج[167]، وط ز أعني ز د مثل ا. فقد علمنا[168].

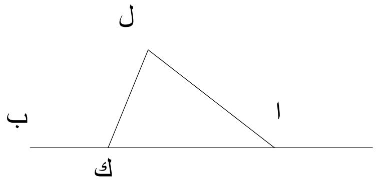


ل : نريد أن نعمل على نقطة ا من خط ا ب زاوية مثل زاوية ه د ز. فيقطع ساقيهما بخط ح ط، وليكن ا ب بغير نهاية. ويأخذ ا ك من ا ب مثل د ح. ونعمل على ا ك مثلثا من خطوط ثلاثة مساوية لنظيراتها من د ح، ح ط، د ط، ونعمل ا ك مثل د ح، وا ل مثل د ط، وك ل مثل ح ط. فتكون زاوية ا كنظيرتها[169] ح د ط. لأن الأضلاع المتناظرة متساوية.

---

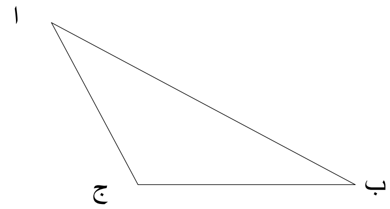
[162] ا ج + مستقيمة مساوية لثلثة خطوط.
[163] ا : أعظم، صح هامش.
[164] ا+ من جهة ه.
[165] ف- د
[166] ج- ه
[167] ج- مثل ج
[168] ا ج: وذلك ما أردنا.
[169] ف : كنظير

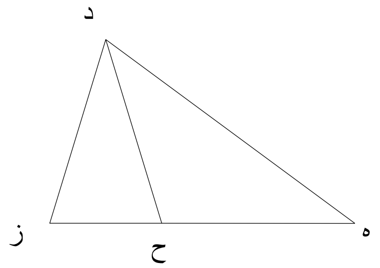




لا : كل مثلثين كمثلثي ا ب ج، د ه ز، يساوي ضلعان منهما[170] ضلعين من الآخر، مثل ا ب ل د ه، وا ج لد ز، وزاوية ضلعي أحدهما وهي د أعظم من نظيرتها من الآخر[171]، وهي ا، فقاعدته أطول[172]. فلنعمل على د زاوية ه د ح[173] مساوية لزاوية ا، ونجعل د ح[174] مثل ا ج. فان وقع على خط[175] ه ز، فقطعه، ولم يخرج. كان خط ه ح[176] مساويا لب ج لتساوي الضلعين والزاوية. فقاعدة ب ج أقصر من ه ز[177].

.



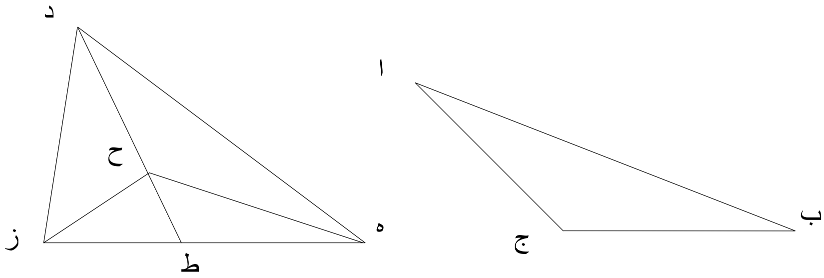


لب : وإن وقع داخل المثلث ولم يقطعها، مثل د ح، فنصل ه ح، ز ح، ونخرج د ح إلى ط في القاعدة. فلأن خط د ح مثل خط د ز[178]، فزاوية د ح ز مثل زاوية د ز ح، وخارجه ز ح ط أعظم من د ز ح، فهي أعظم من د ح ز الخارجة التي هي أعظم من ح ز ط. فزاوية ز ح ط بل جميع ز ح ه أعظم من ح ز ه. فقاعدة ه ز [179] أعظم من ه ح، أعني ب ج.

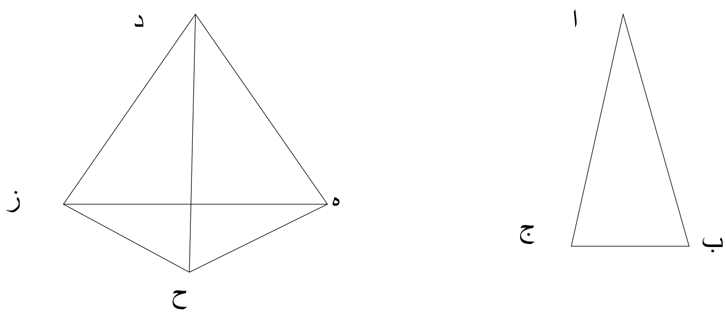
---

[170] ا ج : من أحدهما
[171] ا ج- من الآخر
[172] ا ج: فأقول أن قائدة ه ز أطول من ب ج.
[173] ا ج : ه د ط
[174] ا ج : د ط
[175] ا ج : ط على قائدة
[176] ا ج : ه ط
[177] ا ج : أصغر من ه ز فهو أطول من ب ج.
[178] ا ج : خط د ز مثل خط د ح
[179] ج - ح ز ه. فقاعدة ه ز.

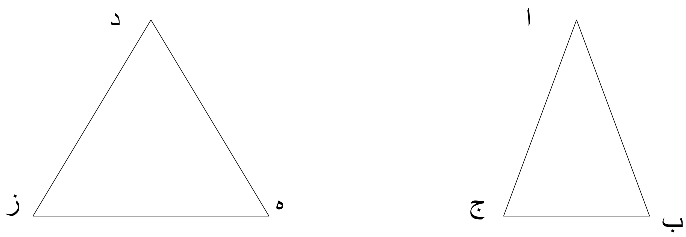
.



لج : فان قطع د ح القاعدة وخرج منها، فتصل ه ح، ز ح. فيكون د ح مثل د ز، فتساوى زاويتا د ز ح د ح ز. فيكون زاوية ه ح ز أعظم كثيرا من زاوية ه ز ح. فقاعدتها، وهي ز ه[180] أطول من ه ح، أعني ب ج.



لد : فان كانت قاعدة أحدهما أطول فالزاوية ألتي توترها[181] أعظم. لأنها إن كانت مثلها فالزاوية مثلها، وإن كانت أعظم فقاعدتها أعظم .



له : إذا تساوت زاويتان من مثلث لنظيرتها من الأخرى[182]، كزاويتي ب وج من مثلث ا ب ج لزاويتي ه وز من مثلث د ه ز كل لنظيرتها، وتساوي ضلعان متناظران، فالمثاثان والزوايا والأضلاع متساوي. ولنضع أولا أن ب ج مساوله ز. فاقول أن ه د وب ا

---

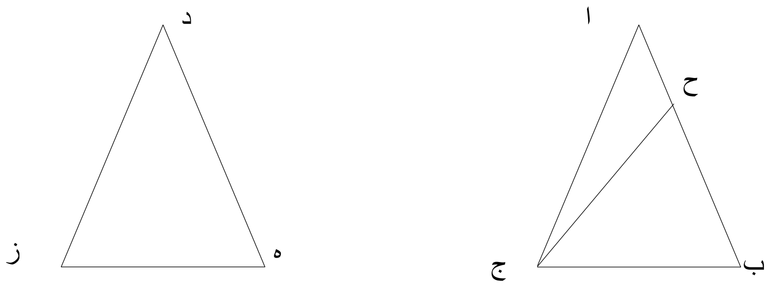
180 ف: ز

181 ف- ألتي توترها.

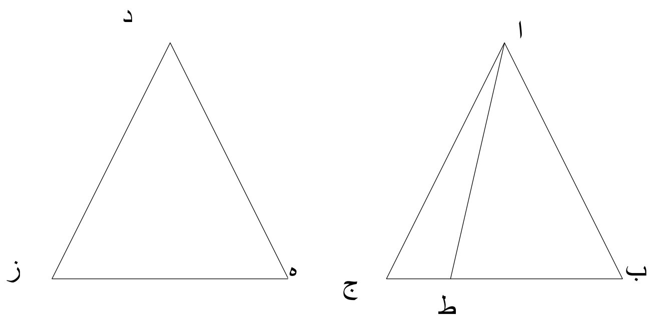
182 ا ج : مثلث آخر

متساويان. وإلا فليكن ب ا أطول. ويأخذ منه ب ح مساويا لـه د إن أمكن. فيكون ساقا ب ح، ب ج كنظيرتيهما د ه، ه ز، وزاوية ه كب، فزاوية ح ج ب مثل د ز ه ، أعني ا ج ب. هذا خلف[183].

.

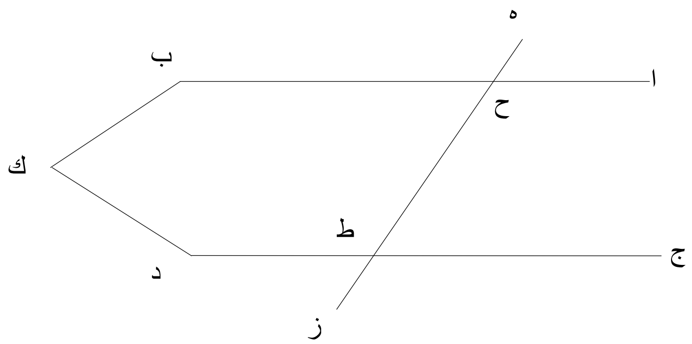


لو : ولنضع المتساويان خط ا ب[184] ود ه، فنقول أن ه ز، ب ج متساويان. وإلا فليكن ب ج أطول. ونأخذ ب ط مساويا لـه ز. فيكون ا ب، ب ط [185] وزاوية ب مساوية لنظيرتها د ه، ه ز وزاوية ه. تبقى زاوية ب ط ا مثل ه ز د، أعني[186] الداخلة مثل الخارجة التي تقابلها. هذا خلف .

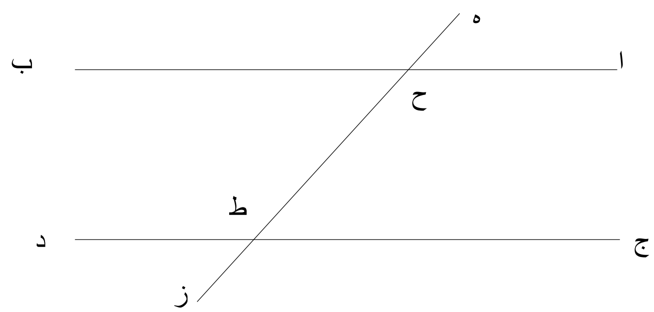


لز : إذا وقع خط على خطين تصير الزاويتين المتبادلتين متساويتين، مثل خط ه ز على ا ب وج د، وزاويتي ا ح ط، د ط ح [187]، فالخطان متوازيان. وإلا فليلتقيا على ك. فتصير خارجة ا ح ط مثل الداخلة المقابلة وهي ح ط د. هذا خلف.

[183] ج- مثل د ز ه ، أعني ا ج ب. هذا خلف.
[184] ج- ولنضع المتساويان خط ا ب
[185] ج + مساويا لـه ز. فيكون ا ب، ب ط
[186] ا ج + ج
[187] ا ج + متساويتين.



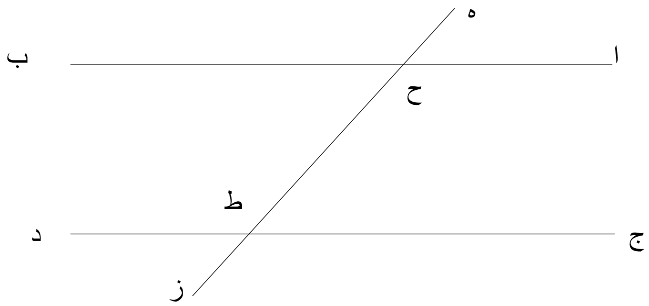
لح : وكذلك إن صارت الخارجة مثل ه ح ب بمساوية للداخلة التي تقابلها، وهي ح ط د، أعني[188] الداخلتان من جهة معادلتين لقائمتين. لأن ه ح ب مساوية ا ح ط، فـا ح ط، د ط ح المتبادلتان متساويتان. ولأن ب ح ط مع ا ح ط أيضا مساوية لقائمتين، فاذا كانت مع د ط ح مساوية لقائمتين. كانت ا ح ط مساوية د ط ح المتبادلة .



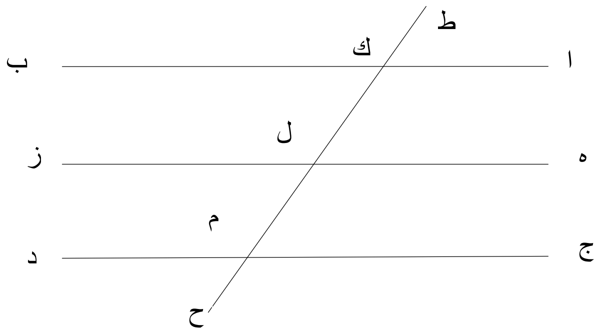
لط : فان كان الخطان متوازيين، فالزاويتان المتبادلتان والداخلة فالخارجة التي تقابلها متساويتان. والداخلتان في جهة واحدة مثل قائمتين. فنقول إن ا ح ط مثل د ط ح[189]. وإلا فليكن ا ح ط أعظم، فـب ح ط، د ط ح أنقص من قائمتين، فيلتقي الخطان من جهتيهما. وهما متوازيان. هذا خلف . فاذا د ط ح مساوية لـا ح ط، أعني ب ح ه الخارجة وح ط د، ب ح ط مساويتان معا لقائمتين .

[188] ا ج : والداخلتان

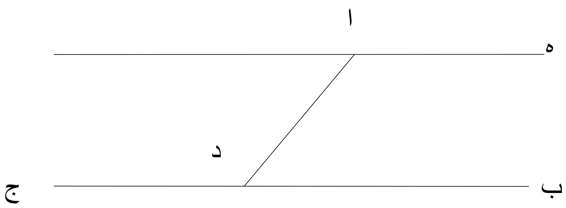
[189] ج : فنقول إن ا ح ط د ط ح متساويتين.



م: الخطوط الموازية لخط واحد متوازية، مثل ا ب، ج د لخط ه ز. لأن ط ح إذا وقع على الثلاثة، فقطع[190] نقطة ك، ل، م، كانت زاوية ا ك ل مثل مبادلتها ك ل ز، وهي مثل مقابلتها ل م د، فـا ك م مثل مبادلتها د م ك، فـا ب، ج د متوازيان .

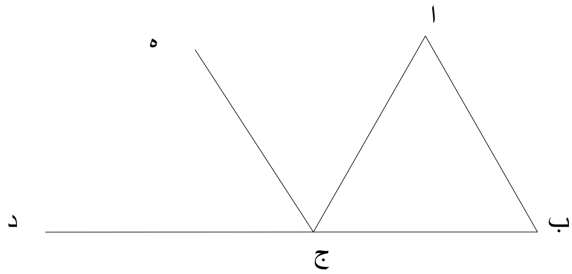


ما : نريد أن نجيز على نقطة معلومة مثل ا ، خطا موازيا لخط مثل ب ج مخرجا إلى غير نهاية في الجهتين. فنخرج منها إلى ب ج خطا كيف ما وقع، وهو ا د. وعلى ا [191]زاوية مثل ا د ج على التبادل، وهو ه ا د. ونخرج الخط في الجهتين وهو ه ا. فقد علمنا[192].

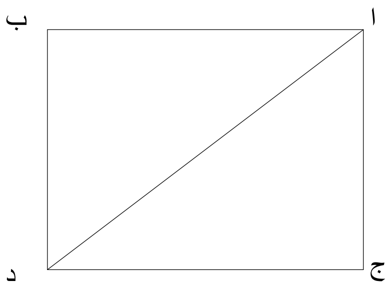


مب : كل مثلث وهو[193] ا ب ج فان الزاوية الخارجة منه مثل الداخلتين اللتين تقابلانها، وزواياه الثلاث مساوية لقائمتين. فلتكن الخارجة ا ج د وليخرج من ج في جهة ا خط ج ه موازيا لـا ب. فتكون زاوية ا ج ه مثل مبادلتها ب ا ج. وزاوية ه ج د كمقابلتها الداخلة ا ب ج. ويكون جميع ا ج د مثل زاويتي ا وب. وزاوية ا ج ب مع ا ج د مثل قائمتين، وكذلك مع زاويتي ا وب .

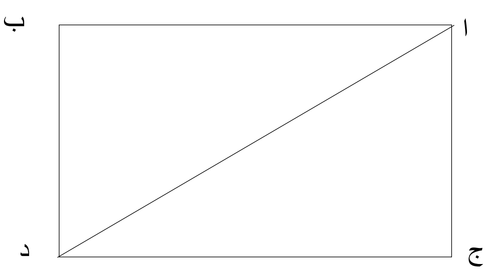
[190] ج + على
[191] ج : ا ب
[192] ا ج - ونخرج الخط في الجهتين وهو ه ا. فقد علمنا.



مج : الخطوط الواصلة بين أطراف الخطوط المتوازية المتساوية، متوازية متساوية[194]، مثل خطي ا ج، ب د بين[195] خطي ا ب، ج د [196]. فلنصل ا د، فيكون ضلعان ب ا، ا د من مثلث ب ا د مثل ضلعي ج د، د ا. وزاويتاهما المتبادلتان بين متوازيين متساويتان. فالقاعدتان متساويتان، وأيضا متوازيتان. لأن زاويتي ج ا د، ب د ا المتناظرتين متساويتان، وهما متبادلتان .



مد :السطح المتوازي الأضلاع مثل ا ب ج د، أضلاعه[197]، وزواياه المتقابلة متساوية. والقطر، مثل ا د ينصف. لأن زاوية ا د ب مثل مبادلتها د ا ج. وكذلك ا د ج مثل ب ا د[198]. وقاعدة ا د مشتركة. فسائر الزوايا والأضلاع المتناظرة، وهي المتقابلة، متساوية. والمثلثان متساويان. والقطر ينصفه.

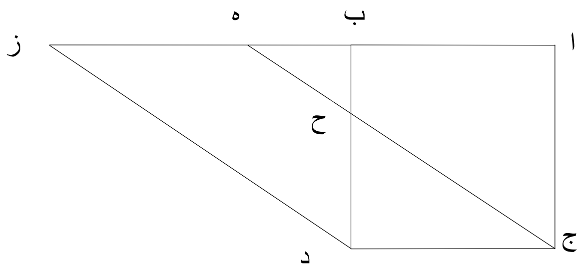


---

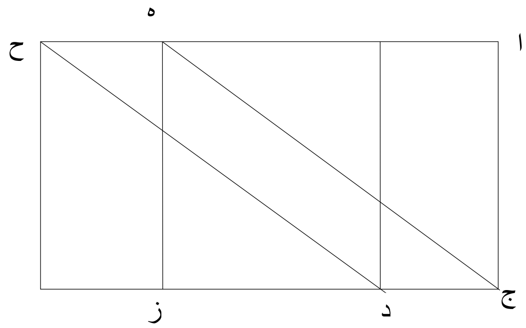
193 ا ج : كا ب ج
194 ا ج : متساوية متوازية
195 ا - بين
196 ج - بين خطي ا ب، ج د.
197 ا ج + مثل ا ب، ج د.
198 ج : ط ا د

مه : كل سطحين متوازيين الأضلاع مثل سطحي ا د وج ز، إذا كانت قاعدتهما واحدة مثل ج د، وكانا فيما بين خطين متوازيين، مثل ج د، ا ز، فهما متساويان. لأن ا ج، ب د المتوازيين بين متوازيين[199] متساويين. وكذلك ا ب، ج د ، أعني ه ز، وب ه مشترك. فضلعا ه ا، ا ج مساويان لنظيرهما ز ب، ب د. وزاوية ز ب د[200] الخارجة مثل ه ا ج الداخلة، فهما متساويتان. فالمثلثان متساويان. فيسقط منهما مثلث ب ه ح، يبقى المنحرفان متساويين. ويضيف إليهما مثلث ج ح د ليتما، فيصيرا متساويين. فمتوازي ا ب ج د مثل متوازي ز ه ج د.[201]

.



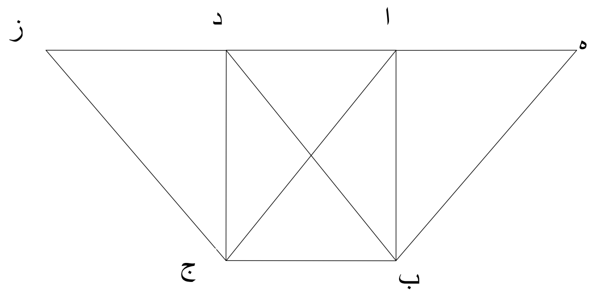
مو : وكذلك إن كانت على قواعد متساوية، وفي[202] خطين متوازيين، مثل سطحي ا د وز ح. ونصل ج ه، د ح ، فسطحا ا د، ح ز يساوي كل واحد منهما سطح ج ح، فهما متساويان .



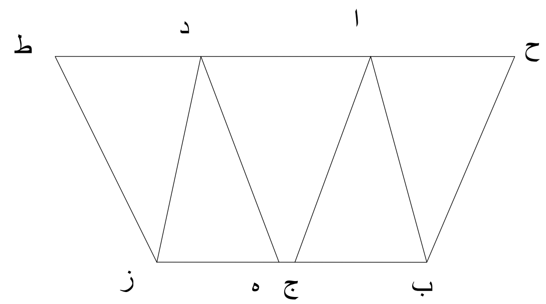
مز : وكذلك المثلثان على قاعدة واحدة وفي متوازيين، مثل مثلثي ا ب ج ود ب ج على ب ج وبين[203] ب ج ، ه ز. فلنأخذ ا ه، د ز كل واحد منهما مثل ب ج. ونصل ه ب، ج ز. فيكون سطح ه ج وسطح ب ز متوازي الأضلاع متساويين[204]. وكل واحد من المثلثين نصف كل واحد من المتوازي الأضلاع المتساويين المنصفين بالقطر[205] .فهما متساويان.

---

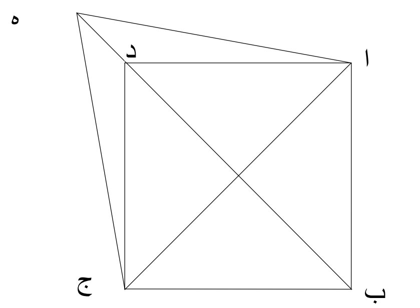
[199] ج - مثل ج د، ا ز، فهما متساويان. لأن ا ج، ب د المتوازيين بين متوازيين.
[200] ا ج : ه ب د
[201] ج + ذلك ما أردنا.
[202] ا ج : بين
[203] ا – بين ه ز، صح هامش.
[204] ف – متساويين.



مح : وكذلك إذا كانت[206] قواعد متساوية، بأن نتمم كذلك سطحيهما المتوازي الأضلاع. فيكون مثلثان نصفي متساويين.



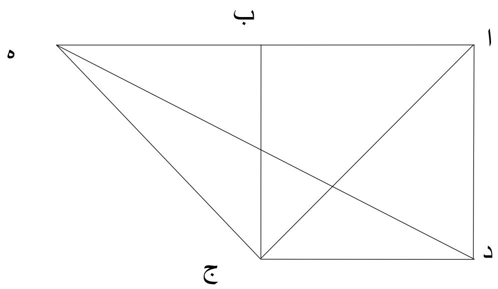
مط : فان كانت المعلوم من مثلثين انهما على قاعدة واحدة ومتساويين، فهما في متوازيين. وإلا فليكن أرفع حتى يكون المتوازي لب ج، ا ه لـ ا د. ونصل د ه. فيكون ا ب ج، ب ه ج متساويين. ويكون ب ه ج مثل ج ب د. الكل مثل الجزء، هذا خلف.



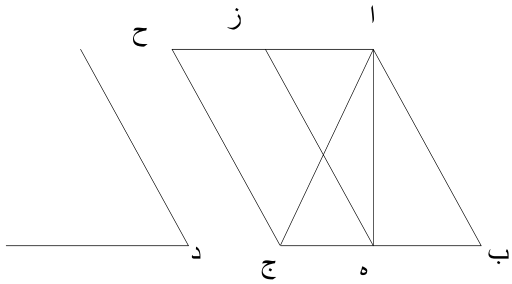
ن : فان كان سطح متوازي الأضلاع ومثلث على قاعدة واحدة كذلك، فالمثلث نصف السطح. لأن قطر السطح، وهو ا ج، يفضل على تلك القاعدة بعينها مثلثا مساويا لذلك المثلث. وهو نصف السطح.

---

[205] ا ج - المنصفين القطر، صح هامش ا.
[206] ا ج + على



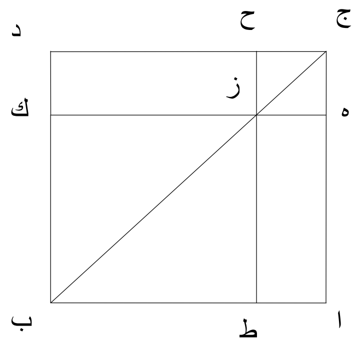
نا: نريد أن نعمل سطحا متوازي الأضلاع مساويا لمثلث معلوم، وله زاوية مساوية لزاوية معلومة. وليكن المثلث ا ب ج والزاوية د. فيجيز على ا خط ا ح موازيا لـب ج بلانهاية. وينصف ب ج على ه، ونعمل على ه زاوية ج ه ز مثل د. وه ز يقطع ا ح على ز. وتتمم سطح ز ج متوازي الأضلاع، وهو المطلوب. ونصل ا ه، فمثلث ا ه ج نصف سطح ه ح، ونصف مثلث ا ب ج. لأن مثلثي ا ب ه، ا ه ج على قاعدتين متساويتين، وفي متوازيتين[207]، فهما متساويان. فسطح ه ح مساو لـا ب ج، وزاوية ه منه مثل زاوية د.



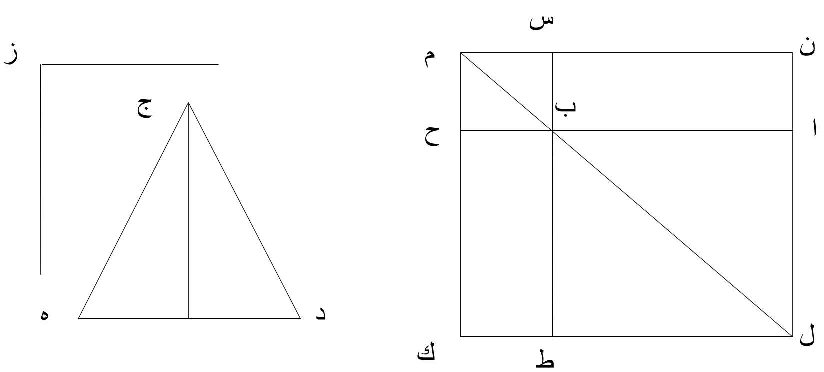
نب : كل سطح متوازي الأضلاع كا ب ج د[208]، يكون عن[209] جنبتي قطر سطحان متوازيا الأضلاع من خطين مستقيمين، تقاطعان على القطر موازيين لأضلاعه، فهما متساويان. وليكن القطر ج ب، وليقاطع عليه ه ك ح ط على ز. فمنهما ا ز، ز د[210] متساويان. لأنك تعلم أن مثلثي كل متوازي الأضلاع فيه متساويان. فاذا طرحت من مثلث ب ا ج مثلثي ج ه ز، ز ط ب، باذا ج ز ح، ز ك ب من مثلث[211] ج د ب، بقي المتممين[212] متساويين.

---

[207] ا - وفي متوازيتين، صح هامش.
[208] ا : ا ب ج
[209] ا ج : بجنبتي
[210] ج : ا ز د
[211] ف – مثلث.
[212] ا ج : لا محالة

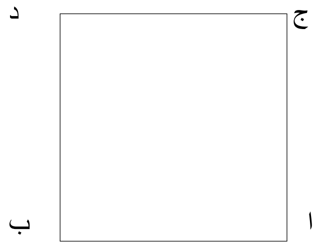


نج : نريد أن نعمل على خط معلوم، وهو ا ب، سطحا متوازي الأضلاع مساويا لمثلث ج د ه المعلوم، واحدى زواياه مثل زاوية ز. فنأخذ ب ح على الاستقامة مثل نصف د ه. ونعمل عليه متوازي الأضلاع مساويا ج د ه، وزاوية ب منه مثل ز، وهو سطح ب ط ك ح. ونخرج ك ط ل موازيا ومساويا لـا ب ح، ويتمم سطح ا ح ل ك [213]. فلأن زاويتي ك، ك ط ب [214] الخارجة أعظم من زاوية ك ل ب، فزاويتا ك وك ل ب أصغر من قائمتين، فخطا ك ح، ل ب يلتقيان، فليكن على م. وليتمم[215] ك م ن ل، ونخرج ط ب إلى س، فلأن ا س[216] وط ح متممان، فهما متساويان. فـا س مثل ج د ه. وزاوية ا ب س مثل ط ب ح، أعني ز .



ند : نريد أن نعمل على ا ب مربعا قائم الزوايا متساوي الأضلاع. فيقيم عليه ج ا عمودا مساويا له. ونخرج ج د مساويا وموازيا لـا ب. ونصل د ب، فقد عملنا. لأن ا ب، ج د متساويان متوازيان. ووصل بينهما ا ج، ب د فهما متساويان. وا ج مثل ا ب، فـب د مثل ا ب. وزاوية ا قائمة، فزاوية ج، وسائر الزوايا التي في كل جهة واحدة قائمة .

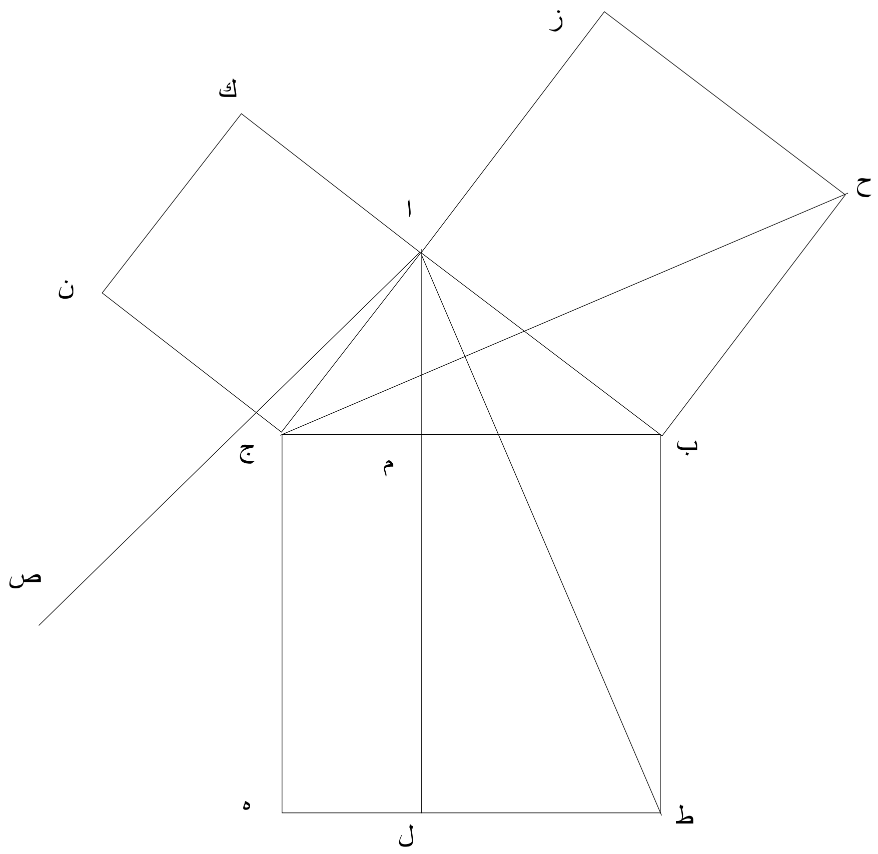
[213] ا ج - ويتمم سطح ا ح ل ك.
[214] ا ج + مثل قائمتين فزاوية ك ط ب
[215] ا ج + سطح
[216] ف - فلأن ا س



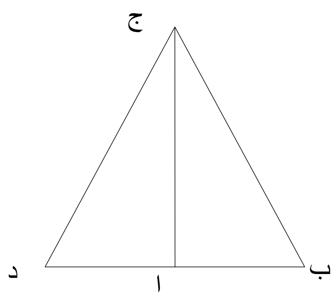
نه : مربع وتر الزاوية القائمة من المثلث القائم الزاوية، مثل مربع ب ج، مثل مجموع مربعي الباقيين، أعني ا ج في نفسه وا ب في نفسه. فلنعمل على الثلاثة مربعات ب ط ج ه، ب ج ز ا، ا ج ك ن. ونخرج ا م ل موازيا لب ط. فيقع قاطعا لخط ب ج. لأنه إن وقع خارجا مثل خط ا ص، يكون خط ب ا وقع على خطي ا ص، ب ط المتوازيين. وكل واحد من زاويتي ط ب ا، ص ا ب أكبر من قائمة. هذا خلف. ولنصل ج ح، ط ا. فلأن زاويتي ز ا ب، ب ا ج قائمتين، فخط ز ج مستقيم ومواز لخط ب ح. فيكون مربع ا ب ز ح ضعف ج ب ح المتساوي لا ب ط. وزاوية ج ب ح، أعني ح ب ا القائمة وا ب ج المشتركة مثل زاوية ا ب ط، أعني ط ب ج القائمة وا ب ج. وسطح ب ط ل م أيضا ضعف ج ب ح، أعني ط ب ا. فسطحا ب ط ل م، ا ب ح ز متساويان. وكذلك ا ج ن ك، م ل ه ج أيضا متساويان. فجميع المربعين مثل ب ط ج ه الثالث[217].

---

[217] ف - فلنعمل على الثلثة مربعات ... المربعين مثل ب ط ج ه الثالث



وبالعكس إن كان ضرب الضلعين في نفسهما مجموعين كضرب[218] الوتر، فزاويتهما قائمة. ولتخرج ا د على ا ج عمودا ومساويا لا ب، ونصل ج د. فيكون ج ا في نفسة وا ب في نفسه مثل ج د في نفسه[219]. فـج د مثل ج ب، فالمثلثان متساويان. وزاويتا ا [220] المتناظرتان متساويتان، فزاوية ج ا ب قائمة. لأن زاوية د ا ج نظيرتهما قائمة[221]. وذلك ما أردنا أن نبين .



تمت المقالة الأولى

[218] ف - وبالعكس إن كان ضرب الضلعين في نفسهما مجموعين كضرب
[219] ف : وا د في نفسه أعني ج ا في نفسه مثل ج د في نفسه
[220] ف - ا
[221] ف : المثلثين متساويان

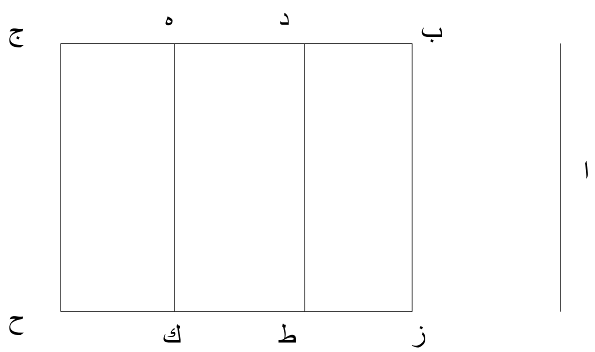
3.3.2المقالة الثانية من أوقليدس

بِسْمِ ٱللَّهِ ٱلرَّحْمَٰنِ ٱلرَّحِيمِ وبه ثقتي

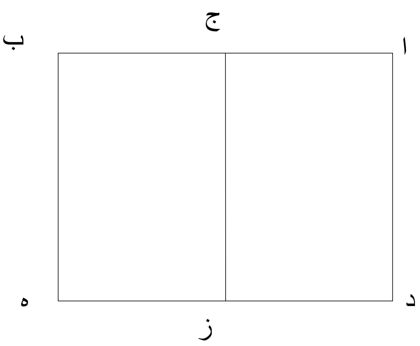
المربع وكل سطح قائم الزوايا يحيط به الخطان المحيطان بالزاوية القائمة. وضرب أحد الخطين المحيطين بالقائمة[222] في الآخر هو تكسيره .[223] والسطحان المتممان عن جنبي القطرمع أحد السطحين المنصفين بالقطر مجموعة يسمى العلم.

ا : خط ب ج قسم كيف اتفق بنقطتي د وه، فضرب ا في كل ب ج، كضربه في واحد واحد من اقسامه.

برهانه: إنا نخرج ب ز عمودا مساويا لـا، ويتمم سطح ب ج ح ز متوازي الأضلاع قائم الزوايا. ونخرج د ط، ه ك موازيتي ب ز. فـب ز، أعني ا، في ب د هو ب ط. و د ط أعني ب ز بلا في د ه هو د ك. وكذلك ه ك أعني ا في ه ج هو ه ح. وجميع ذلك مثل ب ح أعني ب ز اي ا في ب ج كله.

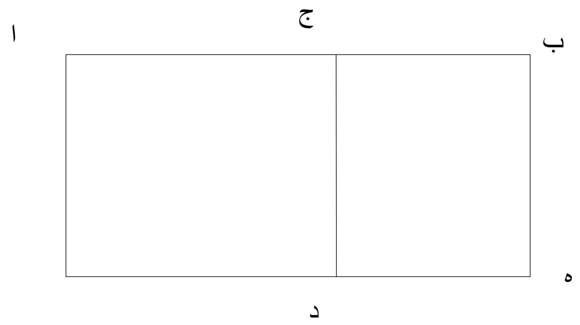


ب : ا ب قسم كيف ما اتفق على نقطة ج. فـا ب في كل قسم منه مجموعا مثل ا ب في نفسه. ولنعمل عليه مربع ا ب ه د ونخرج ج زموازيا[224] لـا د. فـا ز من ضرب ا د أعني ا ب في ا ج، و ج ه من ج ز أعني ا ب في ج ب[225]، وهو مثل ا ب في نفسه .



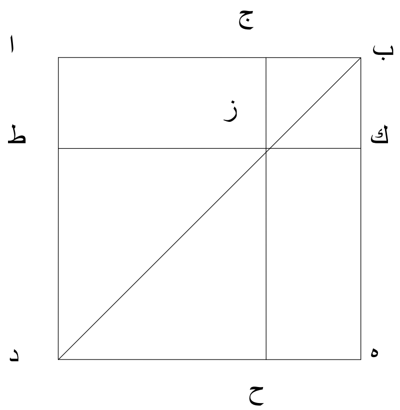
[222] ف : بها
[223] ا + وجملة
[224] ج - موازيا
[225] ف - في ج ب

ج : ا ب قسم[226] بقسمين على ج، فضرب ا ب في أحدهما، وليكن ج ب، الذي هو ا ب في ب ه المساوي لـج ب، مساو لضرب ا ج في ج ب، وج ب الذي ضرب فيه ا ب في نفسه. لأن د ب هو مضروب في ج د، أعني ب ه، أعني ج ب، في نفسه و ا د[227] مضروب ا ج في ج د، أعني في ج ب .

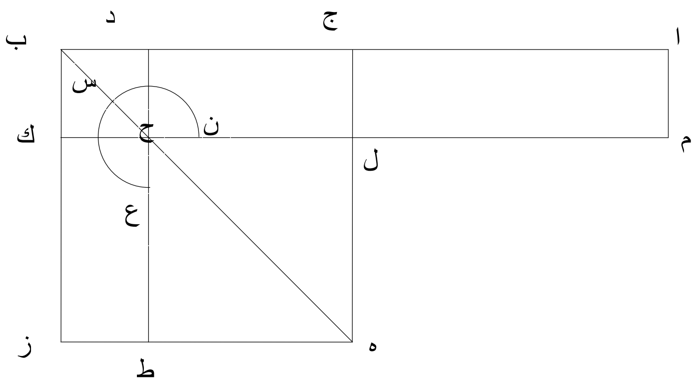


د : ا ب[228] قسم على ج كيف اتفق. فـا ب في نفسه، كا ج في نفسه وج ب في نفسه، وا ج في ج ب مرتين . ولنعمل على ا ب[229] مربع ا ب د ه، ونخرج قطر ب د. وخط ج ح موازيا لـا د يقاطع القطر على ز، وط ز ك موازي ا ب. فلأن زاوية ا قائمة، تكون[230] جميع الزوايا التي في السطوح زوات الأضلاع الأربعة قائمة. لأن بعضها خارجة مقابلة وبعضها داخلة باقية من القائمين. ولأن ساقي ا ب، ا د متساويان فزاويتا ا ب د، ا د ب متساويتان، وزاوية ا قائمة، فهما نصفا قائمة[231]. تبقى ج ز ب نصف قائمة. فكذلك في سائر المثلثات يبقى ج ز مساويا لـج ب، و ط د لـط ز. ويكون مربع ك ج من ج ب في نفسه، ومربع ط ح من ط ز أعني ا ج في نفسه، ومتمما ا ز، ز ه متساويان، فهما ضعف ا ج في ج ز[232]. وجميع ذلك هو مربع ا ه[233].

226 ج - قسم
227 ج : ا
228 ج - ا ب
229 ج - ا ب
230 ا ج : تبقى
231 ا ج + وزاوية ج قاءمة
232 ا + أي ج ب
233 ج - فهما ضعف ا ج في ج ز. وجميع ذلك هو مربع ا ه.



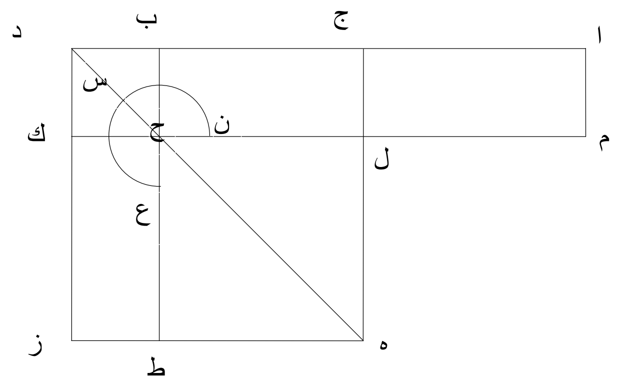
ه : ا ب بنصفين على ج، ومختلفين على د. فضرب أحد المختلفين في الآخر، أعني ا د في د ب، والفصل أعني ج د في نفسه، مثل ج ب النصف في نفسه. فلنعمل على ج ب مربع ج ب ز ه. ولنخرج د ط موازيا لـ ج ه. ونخرج القطر يقاطعه على ح، و ك ح ل موازيا لـا ب بلانهاية، وعلى ا عمودا ا م، فيقطع لامحالة خط ك ح ل المخرج بلانهاية، فليكن على م. فـا ل، ج ك سطحان متوازيا الأضلاع على قاعدتين متساويتين، و في متوازيين، فهما متساويان. و ج ح، ح ز متساويان. فجميع ن س ع العلم مثل ا ح، وهو من ا د في د ب. يضاف إليه ل ط من ضرب ج د في نفسه، فيكون ب ه الذي من ج ب في نفسه.



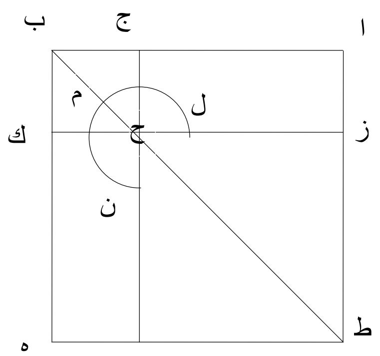
و : ا ب ينصف على ج، فزيد في طوله ب د كيف اتفق. فجميع ا د في الزيادة والنصف في نفسه، كالنصف مع الزيادة في نفسه. فلنعمل على ج د مربعا كما عملنا بجميع خطوطه. فمعلوم أن ن س ع[234] مساو لـا ك الذي هو من ا د في د ك، أعني ب د، و ل ط من ضرب ج ب في نفسه. وجميع ذلك ج ز الذي هو[235] ضرب ج د في نفسه .

---

234 ا ج + العلم
235 ا + من



ز : ا ب قسم على ج كيف اتفق. فهو في أحد القسمين، وليكن ج ب، مرتين، والآخر مثل ا ج في نفسه مساويا لـا ب في نفسه و ج ب في نفسه. وليتمم السطح المربع كما تعلم، فـا ك من ا ب في ج ب[236] مرة و ج ه مساو له. فـ ل م ن العلم مضافا إليه ح ط[237]، هو من ا ب في ب ج مرتين، و ط ح[238] من ا ج في نفسه، وهو مثل ا ب و ج ب كل في نفسه. يعينك في تفهم هذا الشكل أن تأخذ ج ك[239] مرتين في نفسه، مرة من ا ك، ومرة من ج ب .



ح : ا ب قسم كيف اتفق على ج، وزيد في طوله ب د مثل ج ب. فـا د في نفسه، مثل الخط الأول، وهو ا ب، في الزيادة أربع مرات والأطول[240] من قسميه ،وهو ا ج، في نفسه. ولنعمل على ا د مربعا. ويخرج قطر د ز، وخطي ح ج، ب ط على موازاة ا ز، ومن حيث يتقاطعان للقطر خطي[241] م ن، ل س على موازاة ا د. فمعلوم أن متممي ا ص، ص ه منصفان. لأن ح ط، ط ه مساويان لما علم، وكذلك ا م، م س. فكل إثنين في جهة على قاعدتين متساويتين وفي متوازيتين. و أيضا الأربع التي في ج ل متساوية، يضاف كل

---

236 ف : ج

237 ا ج : ح ك

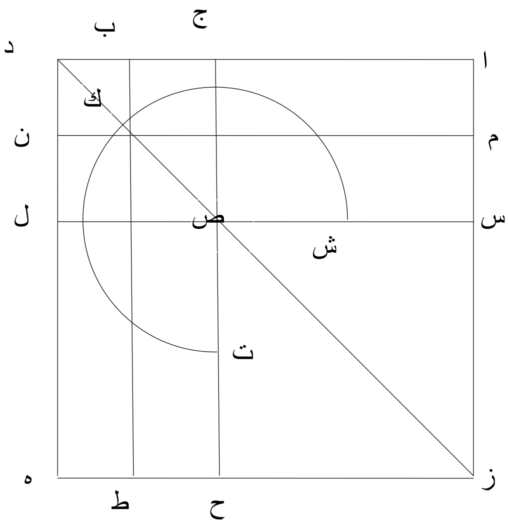
238 ا ج : ه ط، صح هامش ا.

239 ا ج : ج ب، صح هامش ا.

240 ا ج : والآخر، صح هامش.

241 ج - خطي

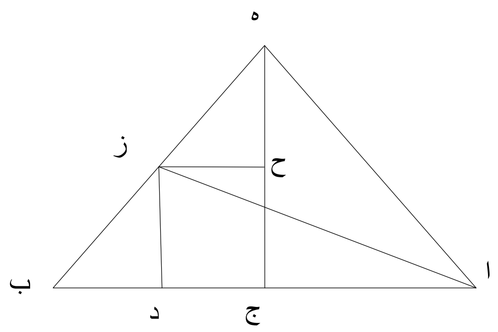
واحد منها إلى واحد من الأربعة المتممة. يكون كل العلم وهو ش ك ت أربعة أضعاف[242] ا ب في ب ج. يضاف العلم س ح الذي من ا ج في نفسه[243]، فيكون ا د في نفسه .



ط :ا ب نصفين على ج، ومختلفين على د. فجميع ضرب المختلفين كل في نفسه، ضعف النصف في نفسه مع ضعف الفصل في نفسه. فلنقم على ج عمودا. نفصل منه ج ه مساويا لـا ج، و د ز موازي ج ه يلقى ب ه. لأن ب ه [244] عليهما على أقل من قائمتين. ويلقاه دون نقطة ه. لأنه إن لقيه[245] خارجا، قطع[246] ج ه الذي يوازيه .وز ح مواز لـا ب. ونصل ز ا. فلأن ا ه، ه ب متساويان لتساوي ضلعي كل مثلث. وزاويتي ج فزاويتا ا و ب متساويتان. وكذلك زاويتا ا و ا ه ج متساويتان، وكل واحدة نصف قائمة . وكذلك ه ب ج، ب ه ج. فزاوية ه قائمة[247]. فضلعا ه ح، ح ز متساويان. وأيضا ز د، د ب متساويان كذلك. فـا ج في نفسه وج ه في نفسه، أعني ضعف ا ج في نفسه، مثل ا ه في نفسه. وه ح، ح ز كل في نفسه، أعني ضعف ح ز[248]، وهو ج د الفصل في نفسه، مثل ه ز في نفسه. و ا ه، ه ز كل في نفسه، أعني ضعف ا ج في نفسه وضعف ج د في نفسه، هو ا ز في نفسه ، بل ا د في نفسه مع ز د [249]، أعني د ب في نفسه[250].

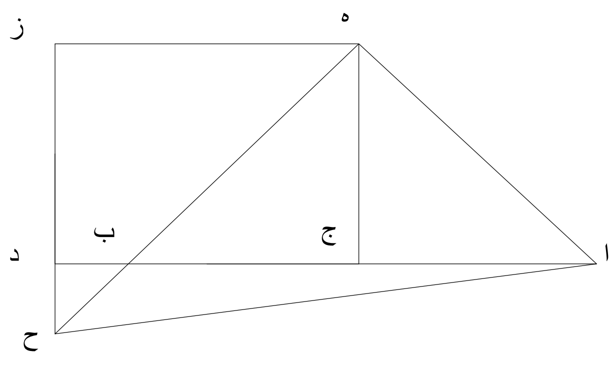
---

242 ج + ا ك وهو
243 ف : إلى ا ج
244 ا : د ب، صح هامش.
245 ا : كان، صح هامش.
246 ا + خط
247 ا ج + وزاوية ح قائمة. لأنها خارجة زاوية ج. بقي زاوية ه ز ح نصف قائمة.
248 ا + في نفسه.
249 ف - مع ز د.
250 ا ج + فـدا،د ب المختلفين كل في نفسه ضعف ا ج النصف وج د الفصل كلل في نفسه.



ي : ا ب [251] نصف على ج وزيد في طوله ب د. فـا د و ب د كل في نفسه، مثل ج د في نفسه مرتين وا ج في نفسه مرتين[252]. فلنقم على ج عمود ج ه مساويا لـا ج. ونصل ه ب، ه ا. ونخرج من ه في جهة د موازيا لـج د،[253] وعلى د عمودا موازيا لـج ه، فيلتقيان لامحالة، وليكن على ز. فزاوية ز[254] قائمة. لأنها مبادلة ه ج ا. فـز ه ب انقص من قائمة، و ه ز د قائمة[255]. فـه ب[256]، ز د يلتقيان، وليكن على ح. ونصل ح ا. وه ب ج على مثل ما تقدم نصف قائمة، أعني د ب ح. وب د ح مقابلة ز قائمة، يبقى د ح ب نصف قائمة. فـد ح، د ب متساويان. وز د مثل ه ج، أعني ج ب، فـز ح مثل ج د، أعني ه ز، فـا ه في نفسه، وهو ضعف ا ج في نفسه، و ه ح في نفسه، وهو ضعف ج د في نفسه، كـا ح في نفسه. لأن ا ه ح قائمة. وهو كـا د [257] في نفسه ود ح أعني ب د في نفسه

.



---

251 ج – ا ب

252 ج - وا ج في نفسه مرتين

253 ف + و على د عمودا موازيا لـج د

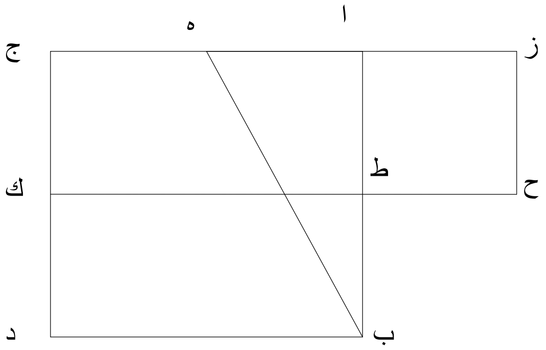
254 ا ج : ه، صح هامش ا.

255 ج - ه ز د قائمة.

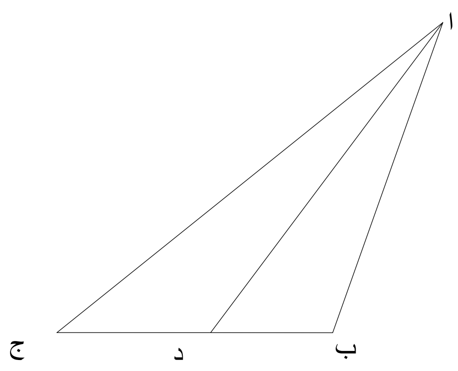
256 ف : ه ز.

257 ا ج :كـا ح، صح هامش.

يا : نريد أن نقسم ا ب قسمة تكون ضربه في أحد القسمين كالآخر في نفسه. فلنربع عليه ا ب ج د، وننصف ا ج على ه. ونصل ه ب، ونخرج ه ز مساويا لـه ب. ونربع على ز ا مربع ا ز ح ط، فيقطع ط بين ا ب[258]. وذلك لأن ه ز، أعني ه ب، أقل من ه ا، ا ب. يذهب ه ا يبقى ا ز، أعني ا ط، أقل من ا ب. فقد قسمناه[259] كذلك على ط. ولنخرج ح ط إلى ك موازيا لـا ج، فـج ا نصف، وزيد عليه ا ز، فـج ز في ز ا، و ه ا في نفسه الذي مجموع ذلك هو[260] ه ز في نفسه، بل ه ب في نفسه، أعني ه ا في نفسه وا ب في نفسه. تذهب ه ا في نفسه المشترك، يبقى ز ك مثل ا د. يذهب ا ك المشترك، يبقى ز ط، وهو ا ط في نفسه، مثل ط د وهو ط ك، أعني ا ج اي ا ب في ب ط.



يب : كل مثلث منفرج الزاوية، فان مسقط العمود من طرف أحد الضلعين المحيطين بها على استقامة الخط الأخير، يقع خارجا من المثلث. وإلا فليقع من نقطة ا على د ما بين ب وج من مثلث ا ب ج المنفرج زاوية ب. فيكون زاوية ا د ج الخارجة وهي قائمة أعظم من زاوية ا ب د[261] الداخلة، وهو منفرجة، هذا الخلف.

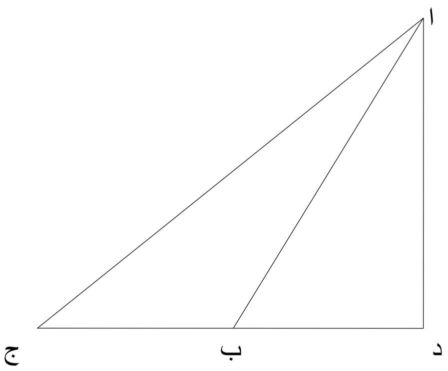


يج : كل مثلث منفرج الزاوية، مثل ا ب ج، فان ضرب وتر منفرجته مثل ا ج في نفسه، يزيد على ضرب[262] كلا ضلعيهما في نفسيهما[263]، نضعف ما يكون من ضرب إيهما كان، وليكن ج ب، فيما بينه وبين[264] العمود، وليكن ب د حتى يكون ا د عمودا. فلأن

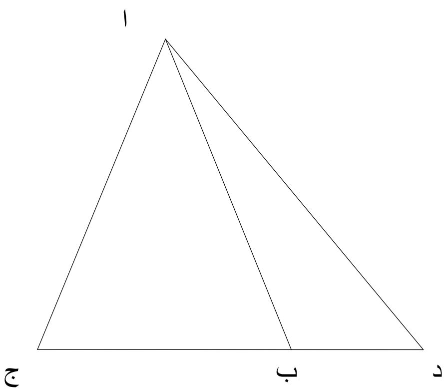
---

[258] ج : ا و ب
[259] ف : قسمنا
[260] ا ج – هو، صح هامش ا.
[261] ا ج : ا ب ج، صح هامش ا.

ا ج[265] كا د في نفسه ود ج في نفسه[266]. و د ج في نفسه مثل د ب في نفسه و ب ج في نفسه وضعف د ب في ب ج. نذهب ا د و د ب كل[267] في نفسه بضرب ا ب في نفسه، يبقى الفصل ضعف ج ب في ب د بعد ا ب في نفسه و ب ج في نفسه .



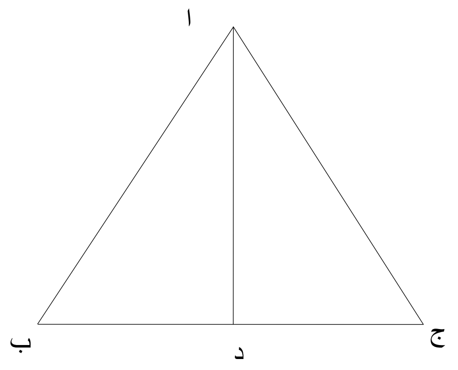
يد : كل مثلث حاد الزوايا، فان كل عمود يخرج من طرف خط منه على وتر زاويته، يقع داخل المثلث. وإلا فليقع خارجا، مثل ا د، فيكون ا ب ج الخارجة من مثلث ا ب د، وهي حادة، أعظم من زاوية د الداخلة ،وهي قائمة، هذا خلف .



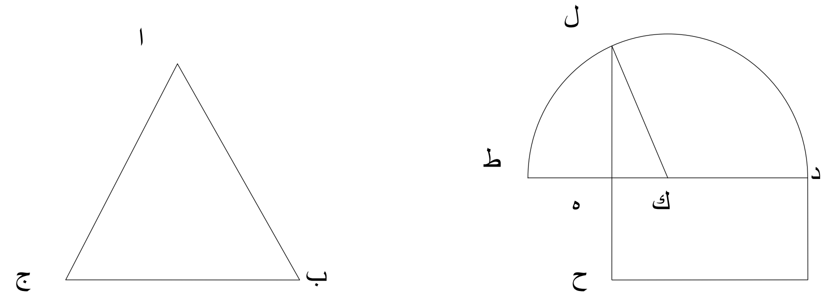
يه : مثلث ا ب ج الحاد الزوايا، فان ضرب كل ضلع منه، وليكن ا ج [268]، ينقص عن ضرب الآخرين في نفسه بما يكون من ضرب أحد الضلعين، وليكن ج ب، فيما بين الزاوية ومسقط العمود عليه، وهو ب د، مرتين. لأن ب ج وب د كل في نفسه، كضعف ج ب في ب د وج د في نفسه. وإذا اضيف ا د في نفسه[269] إلى ج ب في نفسه وب د في نفسه، كان ذلك كله مثل ج ب في نفسه و ا ب في

[262] ا - ضرب
[263] ا ج : نفسه
[264] ا ج + مسقط
[265] ا + في نفسه
[266] ا - ود ج في نفسه
[267] ف - كل
[268] ا ج + في نفسه
[269] ج - وإذا اضيف ا د في نفسه.

نفسه. يذهب ا د في نفسه ود ج في نفسه با ج في نفسه[270]. يبقى ج ب في ب د مرتين من ضرب ب ج في نفسه وب ا في نفسه زيادة على ا ج في نفسه[271].



يو : نريد أن نعمل مربعا مساويا لمثلث ا ب ج. فنعمل سطحا[272] متوازيا قائم الزاوية مساويا للمثلث، وليكن د ح، ويخرج أحد الضلعين، وليكن د ه، إلى ط، ويجعل ه ط مثل ه ح. وننصف د ط على ك[273]، وببعد د ك نصف دائرة د ل ط. وتخرج ح ه ل، فـد ط نصف و قسم مختلفين. و د ه في ه ط، أعني سطح د ح، و ه ك في نفسه مثل ك ط[274] في نفسه، اي ك ل في نفسه، اي ك ه في نفسه و ل ه في نفسه. تذهب ك ه في نفسه، يبقى ل ه في نفسه[275]، مثل سطح د ح، أعني مثلث ا ب ج. فلنربع على ل ه. وأنت تعلم من هذا الشكل أنه يمكن أن يعمل مربعا مساويا لمتوازي الأضلاع غير مربع بأن نجعله مكان د ح .



تمت المقالة

الثانية من أوقليدس .

---

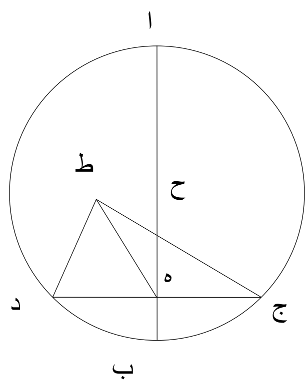
[270] ف - با ج في نفسه.
[271] ف - زيادة على ا ج في نفسه.
[272] ا ج - سطحا
[273] ج + على ك
[274] ا ج : كك ط
[275] ج + تذهب ك ه في نفسه المشتركة، يبقى ل ه في نفسه

3.3.3 المقالة الثالثة من أوقليدس

بِسۡمِ ٱللَّهِ ٱلرَّحۡمَٰنِ ٱلرَّحِيمِ

الدوائرالمتساوية، أقطارها وأنصاف أقطارها متساوية. ويقول خط مماس لمستقيم يلاقي الدائرة وينفذ على استقامة بلا قطع للدائرة. والدوائر المتماسة هي التي تتلاقا بلا قطع. الأوتار المتساوية البعد من المركز هي التي الأعمدة عليها من المركز متساوية، وأكثرها بعدا أطولها عمودا، وبالضد . وزاوية قطعة الدائرة يحيط بها خط مستقيم وقوس. والزاوية المركبة على القوس هي الزاوية التي يحيط بها خطان مستقيمان يأتيان عن طرفي الوتر ويلقيان على نقطة في القوس .والشكل القطاع يحيط به خطان مستقيمان من المركز إلى محيط وما بينهما من المحيط .والقطع المتشابهة هي التي الزاويا المركبة فيها متساوية .

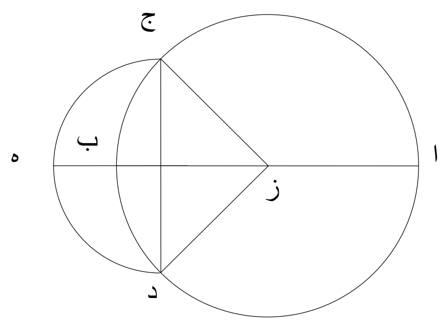
ا : دائرة ا ب، نريد أن نطلب مركزها. فلنوقع فيها[276] وتر ج د كيف اتفق، ونتصف ج د[277] على ه. ونخرج على ه عمودا من كلتي[278] الجهتين إلى المحيط، وهو ب ه ا. وننصفه على ح، فـح مركزها. وإلا فليكن على نقطة أخرى. إما على خط ا ب، وإما خارجا عنه، مثل نقطة ط. ولايجوز على خط ا ب. وإلا فلنقسم ا ب على المركز بمختلفين، وهذا محال. ولايجوز أن تكون نقطة ط. وإلا فلنصل ط ج، ط ه، ط د. فثلاثة أضلاع ج ط ه مثل نظائرها من ط ه د. فتكون زاويتاه من المثلثين متساويين. يكون ج ه ط قائمة، وهي أكبر من قائمة. و ط ه د قائمة، وهي أصغر من قائمة. هذا خلف . وقد بأن من هذا الشكل أن كل عمود على النصف من وتر دائرة، فانه يمر بالمركز .



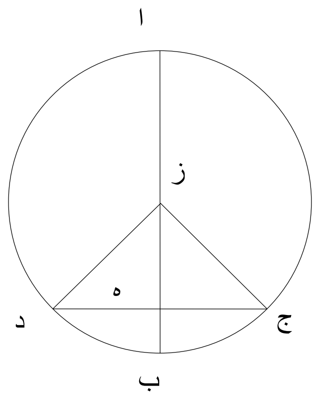
ب : كل نقطتين على دائرة، مثل ج، د على ا ج د، فان المستقيم الواصل بينهما، يقع فيها. وإلا فليقع خارجها كـد ه ج. ولنخرج ج ز، ز د من ز المركز، وز ب ه إلى خط ج ه د، وهو أطول من ز ج، وهو يوتر زاوية ز ج ه. فـز ج ه أعظم من ج ه ز الخارجة من مثلث ز ه د[279]، التي هي أعظم من ز د ه المساوي لـز ج ه[280] لتساوي ز ج، ز د. هذا خلف .

---

[276] ا : عليها، صح هامش.
[277] ا ج – ج د
[278] ف : تلك
[279] ف : ز ه
[280] ف : ز ج



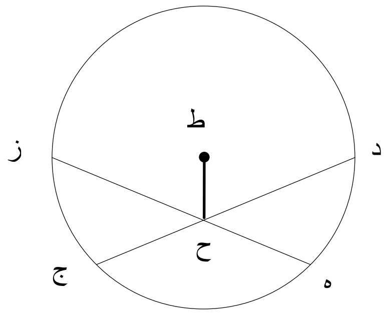
ج : كل خط من المركز على وتر ننصف الوتر، مثل ز ه على ج د، فهو عمودا على الوتر، وبالعكس. فلنخرج ز ه في الجهتين إلى[281] ا وب من المحيط. فلأن الأضلاع الثلاثة من مثلثي ز ه ج، ز ه د متساوية[282] بالتناظر، فزواياها المتناظرة متساوية، فزاويتاه متساويتان، فـز ه عمود .



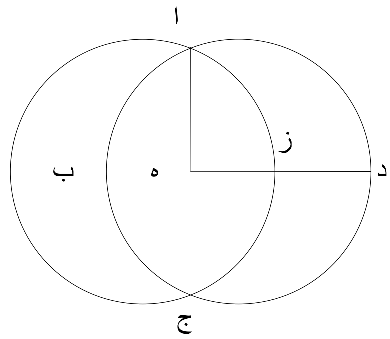
وبالعكس لأن زاويتي ج ود متساويتان، لأن ز د مثل ز ج، والقائمتان متساويتان، وضلع ز ه مشترك، فـج ه مساو لده .

د : كل وترين متقاطعين، لايجوز أن على المركز، فلايتناصفان على التقاطع، كوتري د ج، ه ز على ح. وإلا فـد ج، ه ز منصفان على ح. ويخرج من ط المركز إلى ح.[283] ط ح فهو عمود. فزاوية ط ح ج قائمة. وأيضا زاوية ه ح ط قائمة، وهو أصغر من قائمة، هذا خلف .

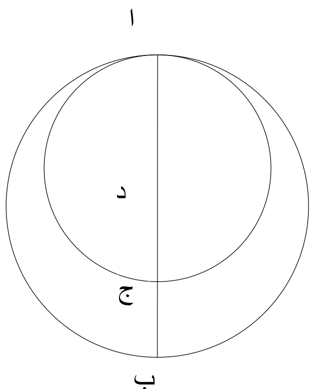
[281] ف : على
[282] ا ج : متساويان
[283] ا ج + خط



ه : والدائرتان المتقاطعان كا ب ج، ا د ج، فليس مركزهما واحدا. وإلا فليكن ه. ويخرج ا ه. و ه ز د فـه ز مثل ه ا. وأيضا ه د مثل ه ا، فـه ز الجزء مثل ه د الكل. هذا خلف، لايمكن[284].

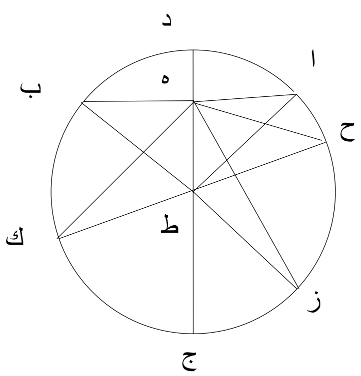


و : والمتماسان من داخل، كدائرتي ا ب، ا ج، ليس مركزهما واحدا. وإلا فليكن د. ولنخرج خطي ا د و ج ب. فيكون على ذلك لقياس د ج الجزء كد ب الكل، هذا خلف .



[284] ا - لايمكن

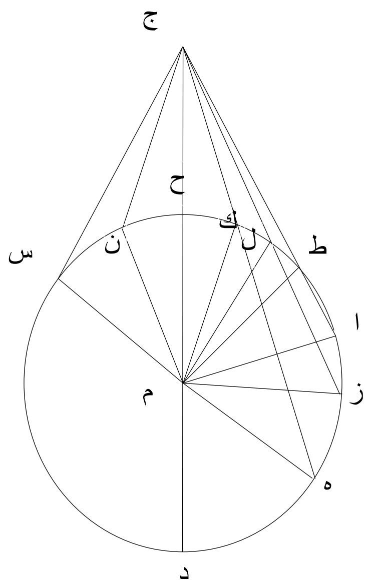
ز : الخطوط الخارجة من نقطة في الدائرة إلى المحيط، مثل ه د، ه ا، ه ح، ه ز، ه ج، فاطولها الذي يجوز على المركز. وأقصرها تمام القطر. وما قرب من الأطول فهو أطول. وخطان فقط من جنبي القطر متساويان. وليكن المركز ط. ونصل ط ز، ط ح، ط ا فـه ط، ط ز، أعني ه ج. لأن ط ج، ط ز متساويان. أطول من الثالث، وهو ه ز. وه ط، ط ز مثل ه ط، ط ح. وليكن زاوية ه ط ز أعظم من زاوية ه ط ح، فقاعدة ه ز أطول[285] من ه ح. وكذلك ه ح من ه ا وه ط، ه ا أطول من ط ا، أعني من ط د. وط ه مشترك، فـه د أقصر من ه ا. وليقم على ط زاوية ه ط ب مثل ه ط ا[286]. وط ب مثل ط ا[287]، وط ه مشترك، فـب ه مثل ه ا. ولايمكن أن يخرج من جهة ه ب مثل ه ا غير ه ب. وإلا فليكن ه ك. ولنصل ط ك. وإذا كان ه ط، ط ك مثل ه ط، ط ا وا ه مثل ه ك، أعني ه ب[288]. فيكون زاوية ه ط ك[289] مثل ه ط ا، بل ه ط ب. وه ط ب جزءها. هذا خلف .



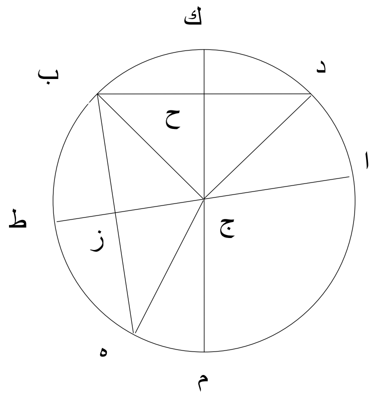
ح : نقطة ج خارجة من دائرة ا ب. ونخرج منها خطوط قطعت الدائرة، فأطولها ما على المركز، ثم ما يليه. وما بقي خارجا، فالمتصل بالقطر أقصرها، ثم مايليه. وخطان من الجهتين فقط متساويان. وهذه الخطوط مثل ج ح م د [290] على المركز، ثم ج ك ه، ثم ج ل ز، ثم ج ط ا. ولأن ج م،م ه[291]، أعني ج د، أطول من ج ه الثالث. وعلى ما قيل في الشكل الأول، ج ه أطول من ج ز، وج ز أطول من ج ا. وأيضا ج ك، ك م أطول من ج ح م[292]. يذهب ح م، ك م سواء، يبقى ك ج أطول من ج ح. وكذلك البواقي على الترتيب. وليقم زاوية ج م ن[293] مثل زاوية ج م ك. فـج ن مثل ج ك، ولايقوم غيره. وإلا فليقم ج س. فعلى ما تقدم ج م س الأعظم كـج م ن الجزء. وهذا خلف .

---

[285] ا ج : أعظم، صح هامش ا.
[286] ا ج : د ط ب مثل د ط ا
[287] ا - وط ب مثل ط ا، صح هامش.
[288] ا ج - وإذا كان ه ط، ط ك مثل ه ط، ط ا وا ه مثل ه ك، أعني ه ب.
[289] ف : ط ك
[290] ا ج : ج م د
[291] ف – م ه
[292] ا ج : ج م
[293] ج - زاوية ج م ن.



ط : نقطة ج، خرج منها إلى المحيط ثلاثة خطوط متساوية، ج د، ج ب، ج ه، فهي المركز. ولنصل د ب ب ه، ولننصفهما على ز وح. ونصل ج ز إلى ا و ط من المحيط، وج ح إلى ك و م. فلأن مثلثي ز ج ه ز ج ب متساوي النظائر، فـا ط عمود على النصف من وتر ب ه، فالمركز على ا ط. وكذلك هو على م ك. والمركز ملتقاهما، وهو ج .



ي : لاتقطع دائرة دائرة[294] أخرى في أكثر من موضعين. وإلا فليقطع دائرة ا ب دائرة ج د في أكثر من موضعين، على نقطة ه ، ز، ح، ط. ونصل ه ز، ه ط، ط ح، ح ز[295]. وننصف ه ز وز ح[296] على ك ول. ونخرج ج د، ا ب عمودين على ز ح، ز ه[297]. ونصل ك ل. فعليهما المركز، لأنهما يتقاطعان. لأن زاويتي ز ك ل، ز ل ك أقل من قائمتين فيلتقيان. فيكون ملتقاهما، وهو و، مركز الدائرتين. هذا خلف .

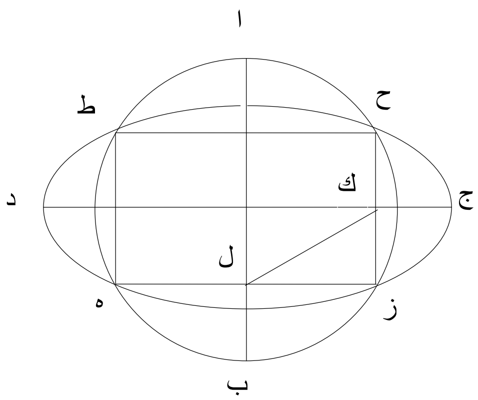
---

294 ا - دائرة

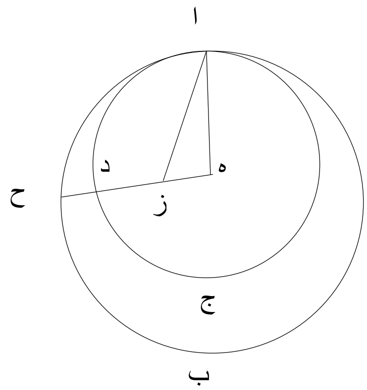
295 ا ج : نقطة ه، م، ح، ط. ونصل ه م، ه ط، ط ح، ح م

296 ا ج : ه م وم ح

297 ا ج : م ح، م ه



يا : الخط الجائز على مركزي دائرتين متماستين، يقع حيث تماسان، كدائرتي ا ب على ه وا ج على ز، وتماسان على ا، فان الخط الجائز على ز وه يأتي ا. وإلا فليقع مثل ه ح. ونخرج ز ا، ه ا. فـه ز، ز ا مساو لـه ز، ز د، أعني ه د. لكن ه ز، ز ا أطول من ه ا، أعني ه ح. فـه د أطول من ه ح، هذا خلف .

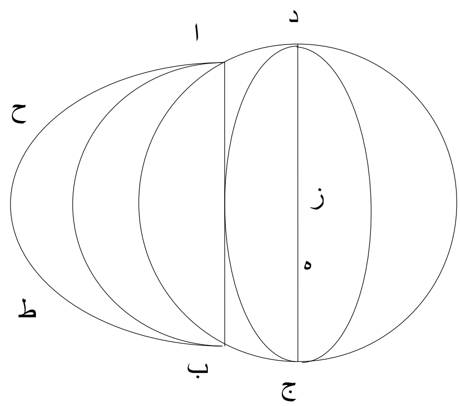


يب : لاتماس دائرتان إلا في موضع واحد. وإلا فلتماس دائرة ج د الداخلة دائرة ا ب[298] على ج ود. فـج ه ز د المار بالمركزين يأتي ج و د. فيكون ج ه مثل ه د، وج ز مثل ز د، هذا خلف . او ح ط الخارجة تماس دائرة ا ب على نقطتي ا، ب. فلنصل بينهما ا ب[299] المستقيم فهو يقع داخل كل دائرة منهما وخارجهما. هذا خلف .

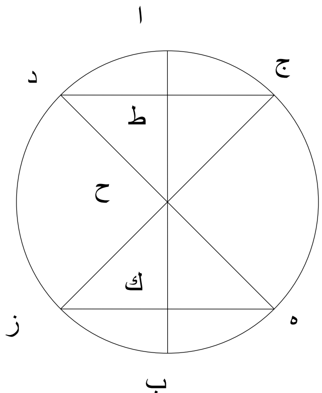
---

298 ا ج + الخلرجة

299 ف - على نقطتي ا، ب. فلنصل بينهما ا ب.



يج : الاوتار المتساوية في دائرة واحدة، كج د، ه ز في دائرة ا ب، أبعادها من المركز سواء، وبالعكس. ولنخرج من ح المركز عليهما عمودي ح ط، ح ك إلى ا وب من المحيط. ونصل ج ح ز، ه ح د. ولنجعل أولا الوترين متساويين. فلأن ثلاثة أضلاع د ح ج، ز ح ه من المثلثين متساويات بالتناظر، فيكون ج ح د مثل ه ح ز وفي الزوايا. وكذلك يكون مثلثا ج ط ح، د ط ح ومثلثا ز ح ك، ك ه ح. وكذلك فزاوية ه ح ك نصف زاوية ه ح ز مساوية د ح ط نصف[300] زاوية ج ح د. وزاوية ط مثل زاوية ك. و ح د، ح ز النظيران متساويان، فـط ح مثل ح ك. وبالعكس يكون وتر ج د مثل وتر ه ز. لأن مضروب ج ح في نفسه، أعني ج ط وط ح كل في نفسه، مثل مضروب ه ح، أعني ه ك، ك ح، كل في نفسه. يذهب مربعي ك ح و ط ح المتساويين. يبقى مربعا ج ط، ه ك متساويان[301].

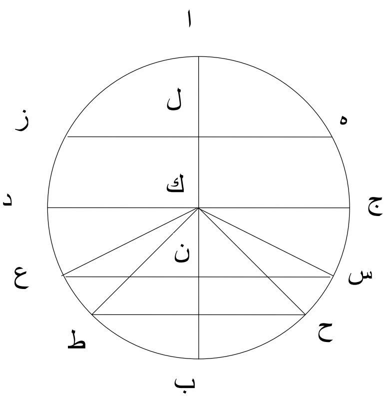


يد : أوتار ج د، س ع، ط ح وقعت في دائرة ا ب، فأطولها ج د القطر، ثم ما يليه. والمركز ك. ولنصل ك س، ك ع، ك ط، ك ح. فـس ك، ك ع، أعني ج د القطر، أطول من س ع، وعلى ما تقدم س ع من ح ط. ولايقع وتر مواز و مساو لـس ع مثلا إلا واحد كه ز. لأنه لايقع عليه من المركز إلا عمود واحد مساو لعمود ك ن على س ع، وهو ك ل .

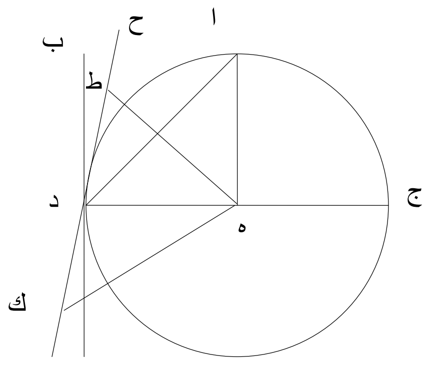
---

[300] ف - ومثلثا ز ح ك، ك ه ح. وكذلك فزاوية ه ح ك نصف زاوية ه ح ز مساوية د ح ط نصف

[301] ا ج : وبالعكس إن كان ح ط مثل ح ط، وج ح مثل ح زوزاويتا ح،متساويتان فـط ج مثل ك ز. فـج د ضعفه مثل ه ز.



يه : كل عمود يخرج[302] على طرف القطر، مثل ب د على قطر د ج، فانه يقع خارج الدائرة ولايقع بينه وبين المحيط خط مستقيم آخر[303]. وإلا فليقع داخلها مثل د ا، ونصل ه ا، وهو مثل د ه. فزاوية ه د ا قائمة، هذا خلف. وأيضا[304] فليقع بينهما خط مستقيم كد ح، ونخرج من ه إليه عمود ه ط. فيقع من جهة ح. وإلا فليقع من جهة ك. فلأن زاوية ح د ه، وهي بعض من القائمة، حادة، فزاوية ه د ك منفرجة. وزاوية ك قائمة، هذا خلف. فيقع في جهة ح. فزاوية ط القائمة أعظم من ه د ط الحادة، فوترها ه د أطول من ه ط، هذا خلف .

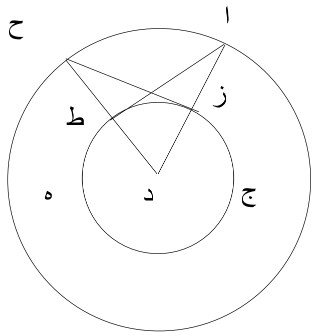


وقد نتبين من هذا أن كل خط عمود على طرف القطر فهو مماس .

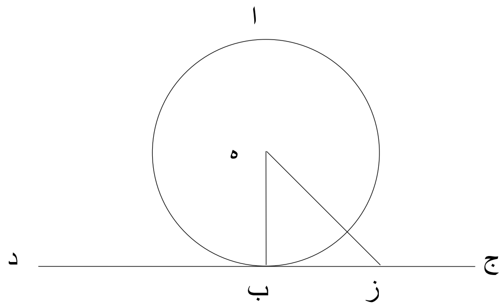
يو : نريد أن نخرج من نقطة ا إلى دائرة ز ج التي على مركز[305] د، خطا مماسا. فنصل د ا، يقطعها على ز[306]، و على د ببعد ا دائرة ا ح. و من ز عمود ز ح على د ز طرف[307] قطر دائرة ز ج إلى دائرة ا ح. ونصل د ح ط ا، فـط ا مماس. لأن ز د، د ح مثل ط د، د ا. زواوية د مشتركة. فـد ط ا قائمة مثل ح ز د. فـط ا مماس.

---

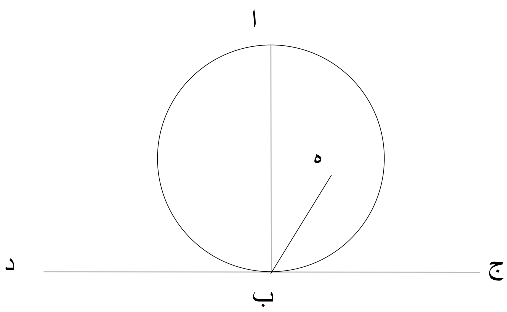
302 ا ج - يخرج
303 ا ج : المحيط خط آخر مستقيم
304 ا ج : وإلا
305 ا ج - مركز
306 ا ج - يقطعها على ز.
307 ا ج - د ز طرف



يز : كل خط مماس، مثل ج د لدائرة ا ب على ب، فان الخط الخارج إلى النقطة المماسة من مركز الدائرة، وهو ه ب، عمود على المماس[308]، مثل ب ه على ج د [309]. وإلا فليكن العمود من المركز على ج د خط ه ز. فـه ز ب قائمة يوترها ه ب أطول من ه ز، هذا خلف .

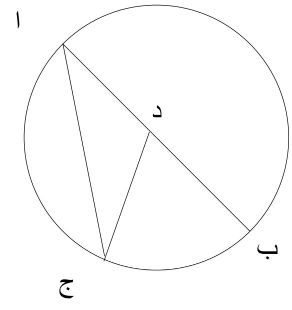


يح : وبالعكس فان المركز على العمود الواقع[310] على المماس، مثل ا ب [311]. وإلا فليكن ه. ونصل ه ب فزاوية ه ب ج قائمة، وهي أقل منها، هذا خلف .

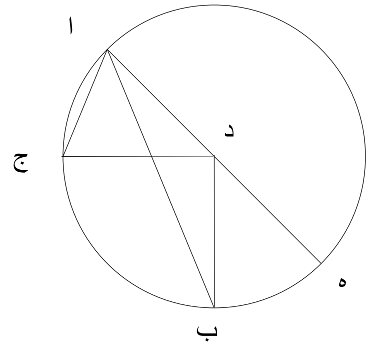


[308] ا ج - الدائرة، وهو ه ب، عمود على المماس
[309] ا : مثل ب ه عمود على ج د المماس.
[310] ا ج - الواقع
[311] ا ج – مثل ا ب.

يط : الزاوية التي على المركز كب د ج مثلا، التي على المحيط كب ا ج. إذا كانا على القوس واحدة؛ وإما أن كانتا واحد أضلاعها[312] التي على المركز، يمتد ضلعا التي على المحيط، مثل د ا ج، فظاهر أن الخارجة ب د ج مثل داخلتي ج و ا، متساويين لتساوي الساقين، فهي ضعف زاوية[313].



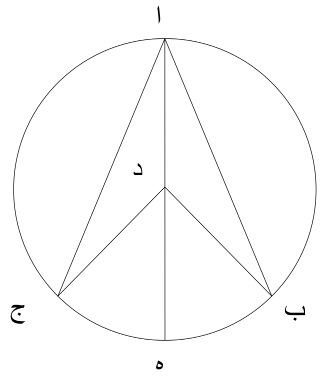
ك : و إما أن[314] وقعت بحيث تقاطع ضلع من زاوية لضلع من أخرى، مثل ما في هذا الشكل. فلنصل ا د، ونخرجه إلى ه. فزاوية ه د ج ضعف زاوية د ا ج. فيذهب منهما زاوية ه د ب ضعف زاوية د ا ب[315]. يبقى زاوية ج د ب ضعف زاوية ج ا ب .



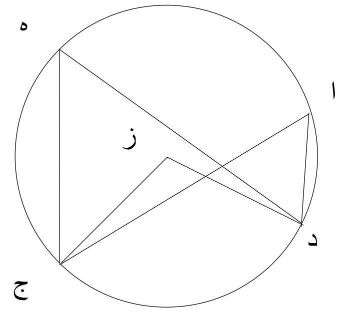
كا : و إما أن كانت الزاويتان[316] نقسمهما خط واحد يخرج من د إلى ا وإلى ه، مثل ما في هذا الشكل. فبين أن ب د ه ضعف د ا ب. وكذلك ه د ج ضعف د ا ج. فجميع ب د ج ضعف ب ا ج .

---

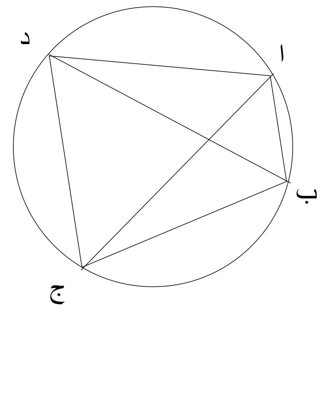
[312] ا ج : أضلاع
[313] ا ج + ا
[314] ا ج : فإن
[315] ا ج : ه ا ب
[316] ج - الزاويتان



كب : إذا كانت في قطعة واحدة زاويتان على المحيط، كج ا د، ج ه د، فهما متساويان. لأنهما نصفا ج ز د المركزية.



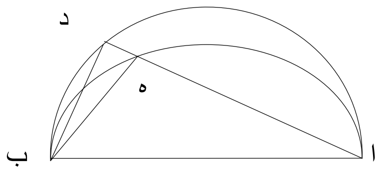
كج : كل دائرة يقع فيما سطح ذو أربعة أضلاع، ك ا ب ج د، فكل زاويتين متقابلتين معادلة[317] لقائمتين. ونصل ا ج، د ب. فـب ا ج مثل ب د ج، وا د ب مثل ا ج ب. وزاويتا ب د ج، ا د ب مثل زاويتي[318] ب ا ج وب ج ا. وهما مع ا ب ج كقائمتين[319]. فـا د ج وا ب ج كقائمتين.



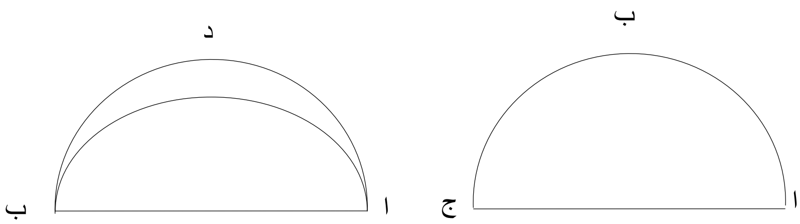
---

[317] ج : معلدلتين
[318] ف - زاويتي
[319] ا ح : مثل قائمتين

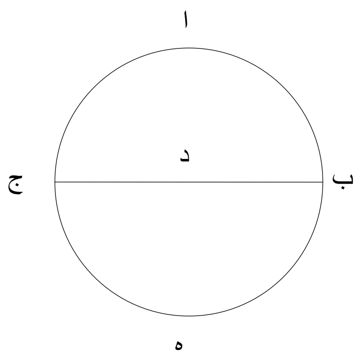
كد : لايقوم على خط واحد قطعتان متشابهتان من دائرتين مختلفتي الصغر والكبر، كا ه ب[320]، ا د ب. وإلا فلنصل خط ا ه ونخرجه إلى د. ونصل ه ب ود ب. فـا ه ب الخارجة كا د ب الداخلة، هذا خلف .



كه : وكذلك لايقع على خطوط متساوية، مثل ا ب ج، ا د ب،على ا ج[321]، ا ب. وإلا فلينطبق ا ب على ا ج. فيطبق القطعة على القطعة ويقومان على خط[322] واحد. هذا خلف .



كو: نريد أن نتمم قطعة دائرة. فان كانت نصف دائرة نصفنا الوتر فهو المركز[323].



---

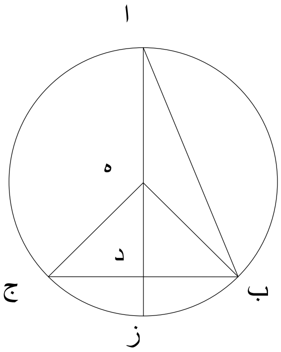
320 ف : كا ه

321 ف ــ على ا ج

322 ج - القطعة على القطعة ويقومان على خط.

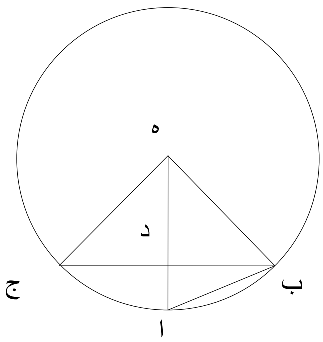
323 ج - فان كانت نصف دائرة نصفنا الوتر فهو المركز.

كز : فان لم يكن نصف دائرة[324]، فانا ننصف وتر ب ج على د. ونقيم على د عمود ا إلى القوس[325]، ونصل ب ا. فلأن زاوية د قائمة، وزاوية ا حادة، فنقيم[326] من خط ا ب زاوية ا ب ه مساوية لزاوية ا .



كح : فان كانت القطعة أكبر من نصف دائرة، كانت زاوية ا ب ه داخل المثلث. لأن زاوية[327] ا ب د[328] أعظم من ا. فوقع خط ب ه مثل ما في إحدى الدائرتين داخل المثلث[329].

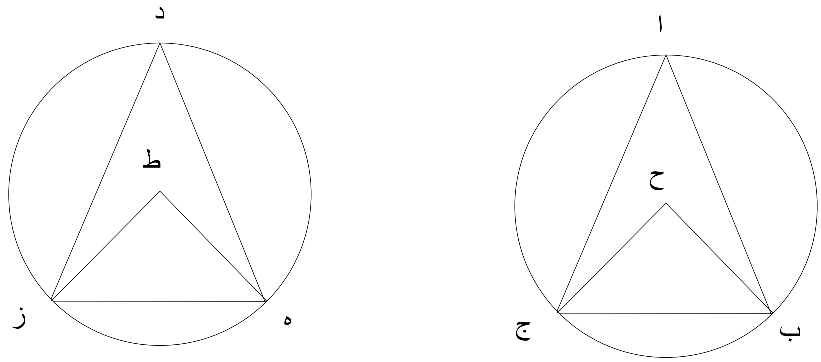
كط : وإن كانت أصغر وقعت خارجة مثل ما في الثانية. ولأن د ا عمود، فعليه المركز. ولأن زاويتي ا و ا ب ه أقل من قائمتين، فيلتقيان على ه، فـه هو المركز. ولنصل ه ج. فـا ه مثل ه ب لتساوي زاويتي ب و ا من مثلث ا ه ب[330]. و ه ب من مثلث ه د ب مثل ه ج من مثلث ه د ج. فخطوط ه ا، ه ب، ه ج متساوية .



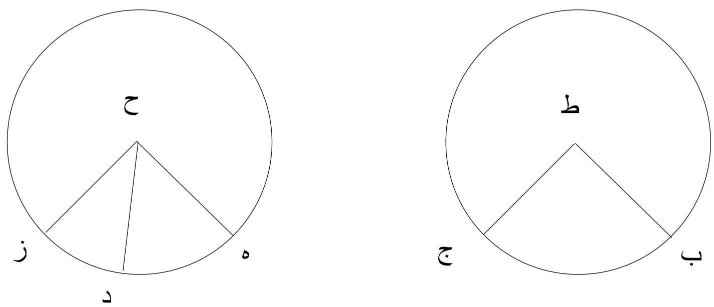
ل : الزوايا المتساوية في الدوائر المتساوية على المركز كانت أو على المحيط فهي على قسي متساوية؛ إما التي على المركز فمثل ب ح ج، ه ط ز، والتي على المحيط فمثل ب ا ج، ه د ز. فلنصل ب ج، ه ز. فلأن ب ا ج، ه د ز متساويتان، فقطعنا ب ا ج، ه د ز

[324] ج - فان لم يكن نصف دائرة.
[325] ا ــ القوس، صح هامش.
[326] ا ج + على ب
[327] ف - ا ب ه داخل المثلث لأن زاوية
[328] ف + من داخلة المثلث
[329] ا ج - داخل المثلث.
[330] ا ج - لتساوي زاويتي ب و ا من مثلث ا ه ب.

متشابهتان. ولأن ب ح، ج ح مثل ه ط، ز ط، وزاويتا ح و ط متشابهتان، فقاعدتا ب ج، ه ز متساويتان[331]، فلايقوم عليهما قطعتان متشابهتان مختلفتان. فقطعتا ب ا ج، ه د زمتساويتان من دائرتين متساويتين. يبقى قوس ب ج مثل قوس ه ز .



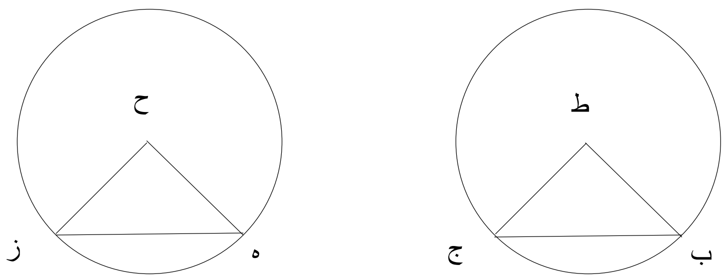
لا : و بالعكس وإلا فليكن زاوية ه ح ز أعظم من ب ط ج. ويأخذ ه ح د مثل ب ط ج، فـه ز مثل ب ج أعني ه د وهذا خلف .



لب : وترا ب ج، ه ز متساويان في دائرتين متساويين، فقوساهما متساويان. لأنا نصل من ط المركز ط ب، ط ج، ومن ح المركز ح ه، ح ز. فتصير زوايتا المركز من المثلثين متساويتين لتساوي النظائر فالقوسان متساويتان .

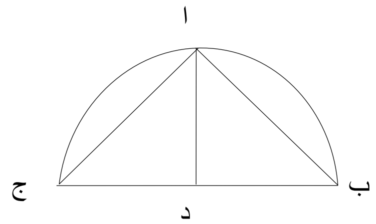
---

331 ا ج - فقاعدتا ب ج، ه ز متساويتان.



لج : وبالعكس نعمل كذلك. فتكون الزاويتان ط و ح متساويتين. فقاعدتهما وترا ب ج، ه ز متساوتان .

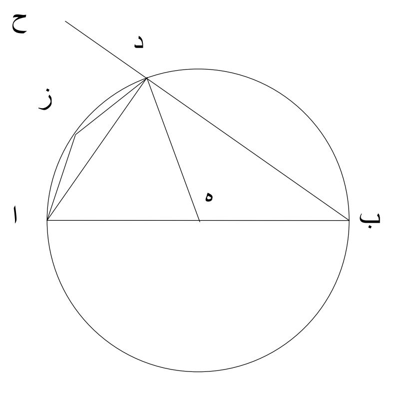
لد : نريد أن ننصف قوس ب ا ج. فننصف وترها[332] على د، وتقيم د ا عمودا إلى القوس. فقد ننصف القوس. فلنصل ب ا، ج ا. فضلعا ا د، د ب مثل ضلعي ا د، د ج كل لنظيره. وزاويتا د متساويتان. فـب ا مثل ج ا، فقوساهما متساويتان .



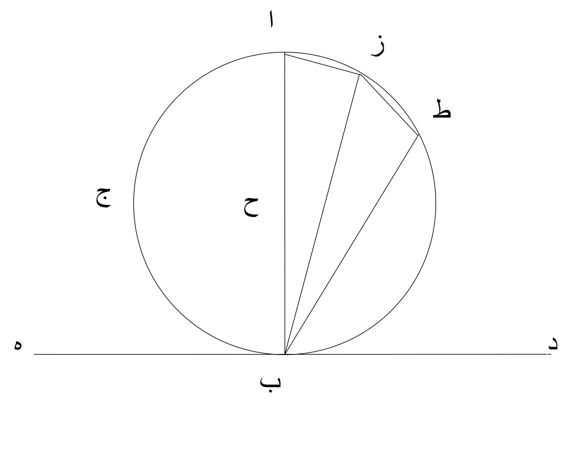
له : إذا كانت في نصف الدائرة زاوية على القوس، مثل ب د ا، فهي قائمة، وفي أصغر منها، كا ز د، فهي منفرجة، وفي أكبر منها، كا ب د، فهي حادة. لكن زاوية القطعة التي هي أصغر كالتي من ا د الوتر ود ز ا القوس فهي[333] حادة. وزاوية القطعة[334] التي هي أعظم كالتي من ا د الوتر ود ب ا القوس منفرجة. فلنصل ه د، ونخرج ب د إلى ح. فزاوية ه ا د مثل ه د ا،فـب ه د ضعف ه د ا[335]، وا ه د ضعف ب د ه. فجميع ب د ا نصف زاوية ه المعادلتين لقائمتين، فهي قائمة. وكذلك كل زاوية تقع في قطعتها. لأنها تكون مساوية لها. فزاوية ا ب د من مثلث ا د ب أقل من قائمة، فهي حادة. وكذلك كل زاوية تقع في قطعتها. وهي مع زاوية ز المقابلة لها مثل قائمتين، فزاوية ز منفرجة. وكذلك كل زاوية تقع في قطعتها. و د ا عمود، فزاوية ح د ا قائمة. فزاوية القطعة الصغرى، وهي ا د ز حادة. لأنها جزءها، وظاهر. أن زاوية العظمى أكبر من قائمة، وهي زاوية ا د ب .

---

[332] ف : وترة
[333] ا ج - فهي
[334] ا ج - وزاوية القطعة.
[335] ف - فـب ه د ضعف ه د ا.

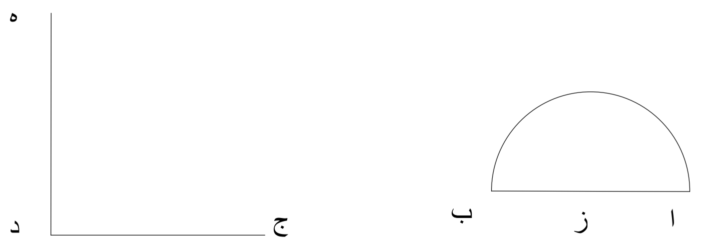


لو : إذا ماس خط مستقيم دائرة، وخرج من نقطة المماس خط مستقيم، وقطع الدائرة، كخط ب ز من د ه، فان كل واحدة من زاويتيه مثل التي يقعان في القطعة على التبادل. ز ب د كالتي تقع في قطعة ز ا ب، وز ب ه كالتي تقع في قطعة ب ط ز. فان كان الخارج من المماسة عمودا، فانه يمر بالمركز ويقسم الدائرة بنصفين. فتكون كل قطعة تقبل قائمة مثل التي على المماسة. وان لم يجز على المركز .فلنخرج عمود ب ا ونعلم ط في قوس ز ط ب. ونصل ط ب، ا ز، ز ط. فزوايا مثلث ب ا ز مثل قائمتين و مثل اللواتي على نقطة ب. و ا ز ب التي على النصف قائمة مثل ا ب ه، وا ب ز مشترك، فـز ا ب مثل ز ب د. وز ا ب ز ط ب المتقابلتان من ذي أربع أضلاع مثل قائمتين، مثل ز ب د، ز ب ه. و ز ا ب مثل ز ب د، فـز ب ه مثل ز ط ب. وكل زاوية مما تقع على تلك القطعة بعينها، فهي مساوية لزاوية ز، وهي قائمة. وكذلك كل زاوية تقع في قوس ز ط ب[336] منفرجة. وكذلك كل زاوية تقع في القوس ز ا ب[337] حادة.



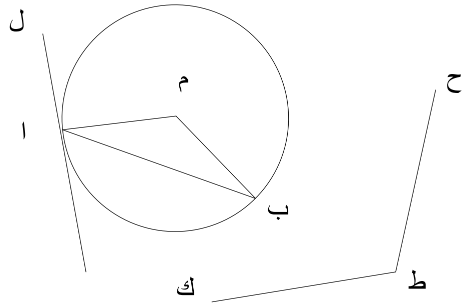
لز : نريد أن نعمل على ا ب قطعة دائرة تقبل زاوية كزاوية معلومة. وليكن أولا قائمة، كج د ه. فلنجعل ز النصف مركزا. وببعد ز ا نصف دائرة فهو قابلها لامحالة .

[336] ا ج : ا ز ط
[337] ا ج : ا ب ط

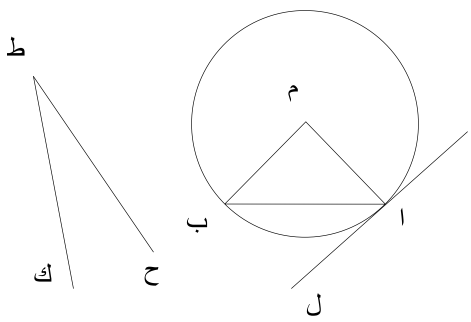


لح : وإن لم تكن قائمة بل منفرجة أو حادة. اقمنا على ا زاوية ل ا ب مثل ك ط ح و ا م عمودا على ل ا. فيقع في المنفرجة داخل زاوية ل ا ب كما في أحد الشكلين، وفي الحادة خارجها كما في الشكل الثاني، وعلى ب زاوية ا ب م مثل ب ا م، فيلتقيان على م. لأنهما أنقص من قائمتين. وم ا، م ب متساويان، فعلى م ببعد م ا دائرة. فتقبل قوس ا ب الصغرى زاوية منفرجة والكبرى حادة مثل ل ا ب المبادلة، أعني ك ط ح. وعلى هذا المثال بيان الحادة. ويجب أن يصور شكلان ويكفي لهما برهان واحد .

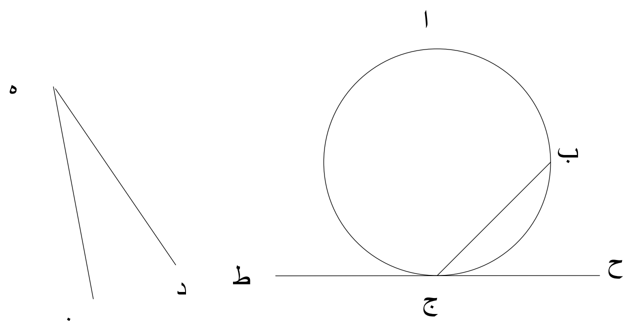
الأول



الثاني



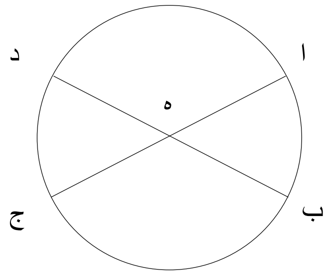
لط : نريد أن نفصل من دائرة ا ب قطعة تقبل زاوية مثل د ه ز. فنخرج ح ط مماسا للدائرة على ج، وعلى ج ، ح ج ب مثل د ه ز. فيقبل قطعة[338] ب ا ج مبادلة مساوية لب ج ح، أعني د ه ز .



[338] ا + قطعة، ج – قطعة.

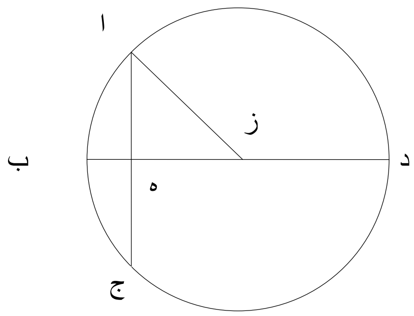
م : كل وترين متقاطعان في دائرة، فان ضرب[339] كل قسم من أحدهما في الآخر منه كالقسمين من الثاني كل في الأخر[340]. وليكونا أولا قطرين مثل ب د، ا ج على ه في الدائرة الأولى. فظاهره أن الأقسام متساوية. وإن ب ه في ه د كا ه في ه ج.

الأولى



ما : وليكن أحدهما قطرا عمودا يقاطع ا ج الوتر، كما في الدائرة الثانية على ه، و ز مركزا. فنصل ز ا، فـب د منصف على ز ومختلفين على ه. فـب ه في ه د وه ز في نفسه كز د، اي ز ا في نفسه، أعني ز ه في نفسه وا ه في نفسه[341]، مثل ا ه في ه ج. لأن ا ه، ه ج نصفا ا ج متساويان[342]. فذهب ز ه في نفسه المشترك، يبقى ب ه في ه د كا ه في ه ج .

الثانية

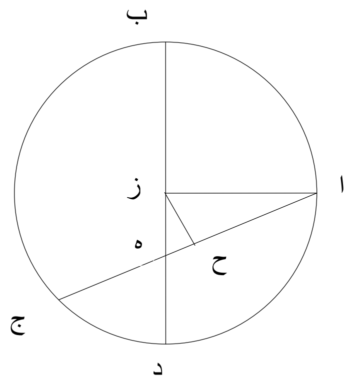


مب : وليكن أحدهما قطرا غير عمود، كما في الثالثة. و من ز عمود ز ح على ا ج. فـا ج بنصفين[343] ومختلفين[344] ب ه، ز ح[345]. فـا ه في ه ج وه ح في نفسه كا ح في نفسه، وهو مع ز ح[346] في نفسه[347] كا ز في نفسه، بل ب ز في نفسه الذي هو ب ه في ه د وز ه في نفسه. يذهب ه ز في نفسه بدل ز ح في نفسه وه ح في نفسه[348]. يبقى د ه في ه ب كج ه في ه ا .

---

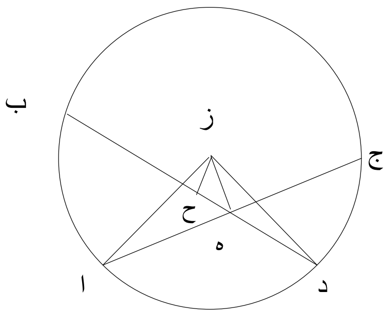
[339] ف : يلتين
[340] ف - كل في الأخر.
[341] ا ج + بل ا ه في نفسه
[342] ف – متساويان.
[343] ا ج + على ح
[344] ا ج + على ه
[345] ا ج - ب ه، ز ح

الثالثة



مج : وليكونا وترين، ولننصف ا ج دون ب د. ونخرج ز ح عمودا على ب د، وز ه على ا ج على المنصف. فـب ه في ه د وه ح في نفسه كـد ح في نفسه، وهو مع ز ح في نفسه كـز د بل ز ا في نفسه، أعني ز ه، ه ا كل في نفسه. يذهب ز ه في نفسه بـز ح، ح ه كل في نفسه[349]. يبقى ب ه في ه د مثل ا ه في نفسه، أعني ا ه في ه ج المساوي له .

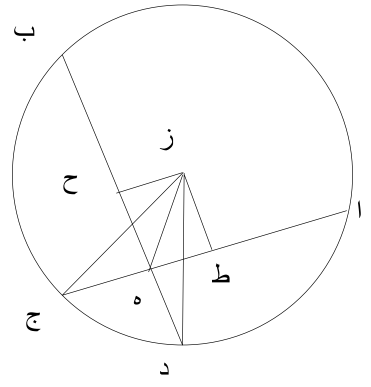
الرابعة



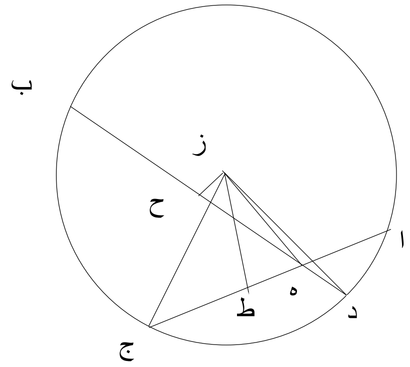
مد : وليقاطان مختلفين كما في الخامسة والسادسة. إما ولايقع واحد منهما عمودا لآخر من الوترين، كما في الخامسة أو عمود الأبعد منهما يقطع الوتر الأقرب إلى المركز، كما في السادسة. ولنصل ز ه، ز د ز ج. ولنخرج عليهما عمودى ز ح، ز ط. فـا ه في ه ج وه ط في نفسه كـط ج في نفسه، وهومع ط ز في نفسه كـز ج في نفسه، أعني ز د في نفسه[350]. وح د في نفسه أعني ز ح في نفسه، وه ح في نفسه وب ه في ه د. يذهب ط ز، ط ه كل في نفسه بـز ه في نفسه، أعني بـز ح، ح ه كل في نفسه. يبقى ب ه في ه د كـا ه في ه ج .

[346] ف : ح
[347] ا ج – في نفسه
[348] ا ج : ز ح وه ح في نفسهما.
[349] ا - بـز ح، ح ه كل في نفسه، صح هامش.
[350] ج - كـط ج في نفسه، وهومع ط ز في نفسه كـز ج في نفسه، أعني ز د في نفسه.

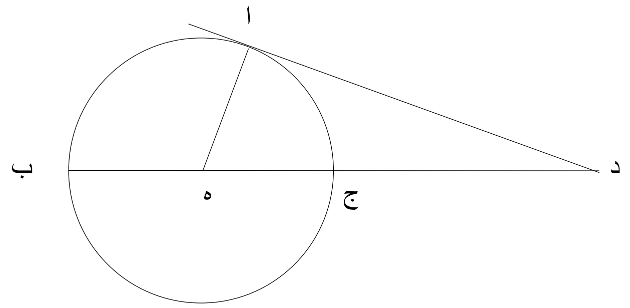
الخامسة



السادسة



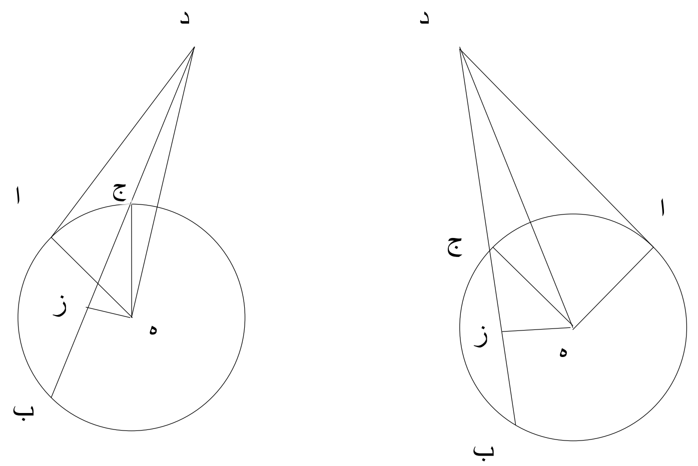
مو : نقطة د خارجة من دائرة ا ب. وخرج منها د ب إلى الدائرة قاطعا ود ا مماسا. فضرب د ج الخارج في كل القاطع مثل د ا المماس في نفسه. فان من على المركز، مثل د ه ب[351]. وه مركز. ويصل ا ه. فقد نصف ج ب وزيد في طوله ج د. فـب د في ج د وج ه في نفسه مثل ه د في نفسه، أعني ه ا[352]، ا د كل في نفسه. لأن زاوية المماسة قائمة. يذهب ا ه في نفسه مثل ج ه في نفسه. يبقى ب د في ج د مثل د ا في نفسه[353].



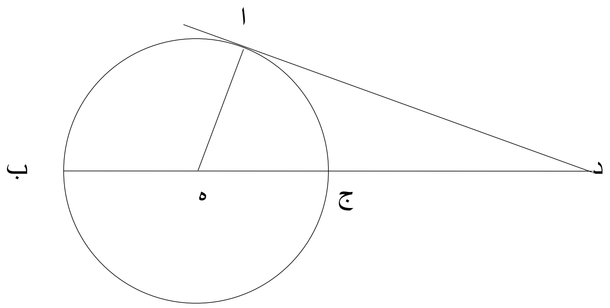
مز : وليقع لاعلى المركز. إما لا في جانب المماسة مثل أحد الشكلين، وإما في جانب المماسة مثل الشكل الأخير. ولنصل د ه، ا ه، ج ه و نخرج ه ز عمودا نصف ب ج. فـب د في ج د وج ز في نفسه مثل ز د في نفسه. وهو مع ز ه في نفسه مثل ه د في نفسه، أعني ه ا وا د كل في نفسه. يذهب ه ا في نفسه مثل ه ج، أعني ه ز في نفسه[354] وج ز في نفسه. يبقى ا د في نفسه مثل ب د في ج د. وهذا البيان[355] في الشكل الأخير .

---

351 ا ج : د ج ب
352 ج – ه ا
353 ج - مثل ج ه في نفسه. يبقى ب د في ج د مثل د ا في نفسه.
354 ج - ه ز في نفسه.
355 ج - البيان



مح : ونقول إذا كان المحال في الضرب على ما وصفنا، فالخط الذي لم يفرض قاطعا، مماس، أما في الصورة الأولى. لأن ضرب د ب في د ج مساو لضرب د ا في نفسه. وضرب ه ج في نفسه مساو لضرب[356] ه ا في نفسه. فجميع ضربي ذلك كضربي هذا. لكن ضرب د ب في د ج وه ج في نفسه مساو لضرب[357] د ه في نفسه. فضرب[358] ه د في نفسه مساو لـد ا في نفسه وه ا في نفسه. فزاوية ا قائمة، فخط د ا مماس. وبمثل هذا يعلم في الصورة الأخري .



تمت المقالة الثالثة من أوقليدس.

[356] ج - د ا في نفسه. وضرب ه ج في نفسه مساو لضرب.
[357] ا ج - لضرب
[358] ا ج - فضرب

3.4 ÇEVİRİ

3.4.1 Euclides'ten Birinci Makale

Bismillahirrahmanirrahim,

Nokta, parçası olmayan şeydir. Çizgi, genişliği olmayan uzunluktur ve iki ucu noktadır. Doğru, bütün noktaları iki sınır noktası arasında düzgünce uzanan çizgidir.

Yüzey, uzunluğu ve genişliği olan şeydir ve uç noktaları çizgilerdir. Karşılıklı iki sınır çizgisi arasında bütün çizgileri düzgünce uzanan yüzeye düzlem denir.

Doğru açı, bir düzlemde aynı doğrultuda olmayan, kesişen iki doğru arasında kalır. Eğer bir doğru başka bir doğruyu kestiğinde iki tarafındaki açılar eşit olursa, bu doğru diğerine diktir ve iki tarafında kalan açıların ikisi de dik açıdır. Ayrıca dar açı, dik açıdan küçük olan açıdır ve geniş açı, dik açıdan büyük olan açıdır.

Bir şeyin sınırı, onun uç noktalarıdır. Şekil ise, bir sınır veya sınırlar tarafından çevrelenen şeydir.

Daire, tek bir çizgi tarafından çevrelenen düzlemsel şekildir ve içinde öyle bir nokta vardır ki, bu noktadan çevresine çizilen her çizginin uzunluğu eşittir ki bu noktaya merkez denir. Dairenin çapı, çevre üzerinde bir noktadan başka bir noktaya çizilen ve merkezden geçen doğrudur. Yarım daire, bir dairenin çapı ve çevresinin yarısıyla çevrelenen şekildir. Bir daire parçası ise, doğru ve dairenin çevresinin bir parçasıyla çevrelenen, yarım daireden daha küçük ya da daha büyük olan şekildir.

Düzgün kenarlı şekiller, doğrular tarafından çevrelenen şekillerdir. Bunlardan birincisi üçgendir. Bu şekil, üç doğru tarafından çevrelenir. Üçgenin çeşitlerinden, eşkenar üçgen, ikizkenar üçgen-sınır çizgilerinden iki tanesi eşit olan- ve çeşitkenar üçgen vardır. Ayrıca, dik üçgen-açılarından bir tanesi dik olan-, geniş açılı üçgen-açılarından bir tanesi geniş açı olan- ve dar açılı üçgen-bütün açıları dar açı olan- üçgenler vardır.

Sonra dört doğru tarafından çevrelenen şekiller vardır. Bunlardan biri tüm kenarları eşit ve açıları dik açı olan karedir. Diğeri, açıları dik olan, ancak kenarları eşit olmayan dikdörtgendir. Bir diğeri, kenarları eşit olan, ancak açıları dik açı olmayan eşkenar dörtgendir. Bir diğeri, karşılıklı kenarları ve açıları birbirine eşit olan, ancak tüm kenarları eşit olmayan ve açıları dik açı olmayan paralel kenardır. Bu saydığımız şekillerin dışında kalan şekiller ise yamuktur.

Daha sonra beşgen, altıgen gibi çok kenarlı şekiller vardır.

Paralel doğrular, iki uçlarından sonsuza uzatıldıklarında hiçbir zaman kesişmeyen doğrulardır.

Belirlenmiş Usuller[359]

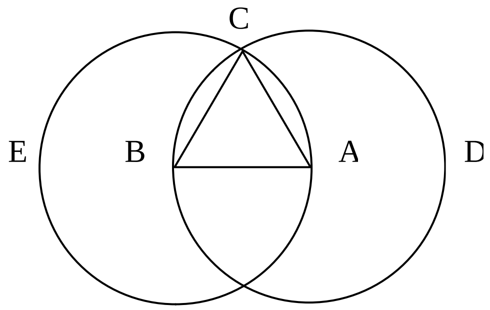
İstediğimiz herhangi bir noktadan başka herhangi bir noktaya doğru çizilebilir. Her doğruya bitişik bir doğru parçası vardır. Her noktaya istenilen yarıçapta bir daire çizilebilir. Ve bütün dik açılar birbirine eşittir. Eğer bir doğru iki doğruyu kestiğinde, bir taraftaki iç açıların toplamı, iki dik açının toplamından küçükse, kesilen bu doğrular o açıların tarafında, bir yerde kesişir. İki doğru bir yüzeyi çevreleyemez. Ve bir doğru kendi doğrultusunda iki doğruyla birleştirilemez.

Toparlayıcı Bilgiler[360]

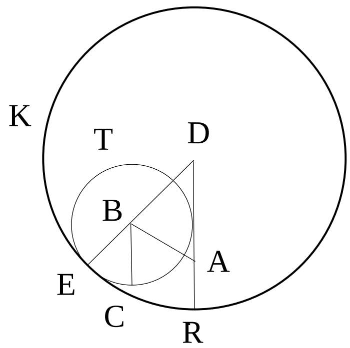
Aynı şeye eşit olan şeyler eşittir. Eşit şeylerin iki katını aldığında ya da yarıya böldüğündü sonuçlar eşittir. Eşit şeylere eşit miktarlar eklenirse, sonuçlar eşit olur. Eşit şeylerden eşit miktarlar çıkarılırsa, kalanlar eşit olur. Eşit şeylere farklı miktarlar eklenirse sonuçlar farklı olur. Bir şey, diğer bir şeyle örtüştüğünde, biri diğerinden ayırt edilemiyorsa bu ikisi eşit olur. Bütün parçadan büyüktür.

A: $\overline{\mathrm{AB}}$ doğrusu üzerinde bir eşkenar üçgen çizmek istiyoruz. Merkezi $\overline{\mathrm{A}}$ noktası olan ve $\overline{\mathrm{B}}$ noktasından geçen $\overline{\mathrm{BCD}}$ dairesini çiziyoruz. Sonra merkezi $\overline{\mathrm{B}}$ noktası, yarıçapı $\overline{\mathrm{AB}}$ olan $\overline{\mathrm{ACE}}$ dairesini çiziyoruz ve kesişme noktası olan $\overline{\mathrm{C}}$ noktasını $\overline{\mathrm{A}}$ ve $\overline{\mathrm{B}}$ noktalarıyla birleştiriyoruz. Böylece $\overline{\mathrm{ABC}}$ üçgeni bir eşkenar üçgen oluyor. Çünkü $\overline{\mathrm{AB}}$ ve $\overline{\mathrm{AC}}$ kenarları, merkezden çevreye kadar uzanan doğrulardır ve eşittirler. Aynı şekilde $\overline{\mathrm{BA}}$ ve $\overline{\mathrm{CB}}$ kenarları eşittirler. Ve aynı şeye eşit olan şeyler eşittir. Böylece $\overline{\mathrm{CA}}$ ve $\overline{\mathrm{CB}}$ kenarları da eşittir. Ve $\overline{\mathrm{ABC}}$ üçgeni, $\overline{\mathrm{AB}}$ doğrusu üzerinde bir eşkenar üçgendir. Göstermek istediğimiz şey budur.

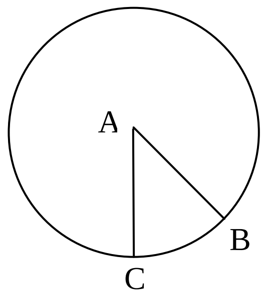
[359] Postulatlar.
[360] Aksiyomlar.



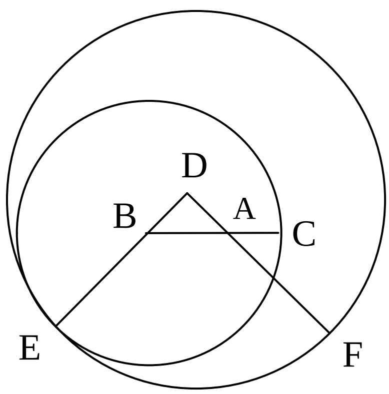
B: $\overline{\mathrm{A}}$ noktası gibi bir nokta üzerinde, $\overline{\mathrm{BC}}$ gibi verilen bir doğruya eşit bir doğru çizmek istiyoruz. $\overline{\mathrm{AB}}$ doğrusunu oluşturarak, bu doğru üzerinde $\overline{\mathrm{ABD}}$ eşkenar üçgenini ve $\overline{\mathrm{B}}$ noktasını merkez alarak $\overline{\mathrm{BC}}$ yarıçaplı $\overline{\mathrm{CET}}$ dairesini çizeriz. $\overline{\mathrm{DB}}$ doğrusunu, dairenin çevresi üzerinde bulunan $\overline{\mathrm{E}}$ noktasına kadar uzatırız. Ve $\overline{\mathrm{D}}$ noktasını merkez alarak, $\overline{\mathrm{E}}$ noktasından geçecek şekilde $\overline{\mathrm{KE}}$ dairesini çizeriz. Sonra $\overline{\mathrm{DA}}$ doğrusunu, $\overline{\mathrm{R}}$ noktasına kadar uzatırız ve $\overline{\mathrm{DR}}$, $\overline{\mathrm{DE}}$ doğruları birbirine eşit olur. Bu iki doğrudan birbirine eşit olan $\overline{\mathrm{DA}}$, $\overline{\mathrm{DB}}$ doğrularını çıkarırız ve geriye yine birbirine eşit olan $\overline{\mathrm{AR}}$, $\overline{\mathrm{BE}}$ doğruları kalır. Ve $\overline{\mathrm{AR}}$, $\overline{\mathrm{BC}}$ doğruları, ikisi de $\overline{\mathrm{BE}}$ doğrusuna eşit oldukları için eşittirler. Böylece $\overline{\mathrm{A}}$ noktası üzerinde, $\overline{\mathrm{BC}}$ doğrusuna eşit olan $\overline{\mathrm{AR}}$ doğrusunu çizmiş oluruz. Bu göstermek istediğimiz şeydir.



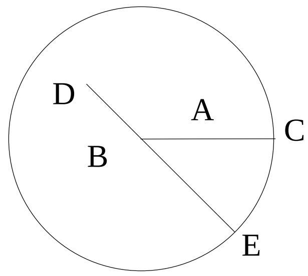
C: Aynı işlemi verilen doğrunun bir uç noktası üzerinde yapmak için, $\overline{\mathrm{AB}}$ doğrusunun $\overline{\mathrm{A}}$ ucu gibi, merkezi $\overline{\mathrm{A}}$ noktası olan ve $\overline{\mathrm{B}}$ noktasından geçen bir daire çizeriz ve bu daire üzerinde bir $\overline{\mathrm{C}}$ noktası belirleriz. Sonra $\overline{\mathrm{A}}$ noktasından $\overline{\mathrm{AC}}$ doğrusunu çizeriz.



D: Aynı işlemi verilen doğrunun üzerindeki bir nokta üzerinde yapmak için, $\overline{BC}$ doğrusu üzerindeki $\overline{A}$ noktası gibi, $\overline{BA}$ doğrusu üzerinde $\overline{BAD}$ eşkenar üçgenini çizeriz. Sonra merkezi $\overline{B}$ noktası olan ve $\overline{C}$ noktasından geçen $\overline{CE}$ dairesini çizeriz ve $\overline{BD}$ doğrusunu $\overline{E}$ noktasına kadar uzatırız. Daha sonra yarıçapı $\overline{DE}$ olan $\overline{EF}$ dairesini çizeriz ve $\overline{DA}$ doğrusunu $\overline{F}$ noktasına kadar uzatırız. Birbirine eşit $\overline{DE}$, $\overline{DF}$ doğrularından, yine birbirine eşit $\overline{DB}$, $\overline{DA}$ doğrularını çıkarırız ve geriye eşit $\overline{BE}$, $\overline{AF}$ doğruları kalır. $\overline{BC}$, $\overline{BE}$'ye eşit olduğu için $\overline{AF}$ de $\overline{BC}$'ye eşit olur.

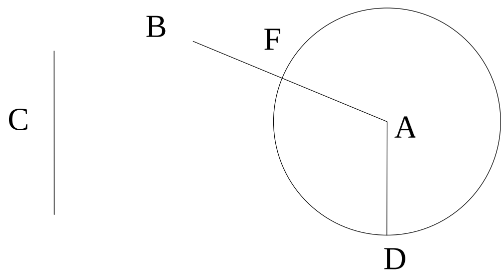


E: Bunu başka bir yolla da çözebiliriz. $\overline{BC}$ doğrusunun dışında bir yerde $\overline{D}$ noktası gibi bir nokta belirleyelim. Burada $\overline{BD}$ doğrusunu çizeriz ve sonsuza kadar uzatırız. Sonra merkezi $\overline{B}$ noktası olan ve $\overline{C}$ noktasından geçen $\overline{CE}$ dairesini çizeriz. $\overline{BD}$ doğrusunun uzattığımız tarafı daireyi $\overline{E}$ noktasında keser. Böylece ilk durumda yaptığımız gibi, $\overline{A}$ noktası gibi bir nokta ile $\overline{BE}$ doğrusu gibi bir doğruya ulaşırız ve bu doğru $\overline{BC}$ doğrusuna eşittir. İşte bu göstermek istediğimiz şeydir.



Musannef der ki: Bu özettir ve buna daha kolay bir yolu eklemek mümkündür. O da şudur ki; eğer nokta verilen doğrunun uç noktasıysa veya üzerinde bir noktaysa, doğrunun üzerinde olmayan bir nokta belirleriz. Bu noktaya verilen doğrunun aynısı kadar bir doğru ekleriz. Sonra, verilen noktaya bu doğruya eşit bir doğru ekleriz.

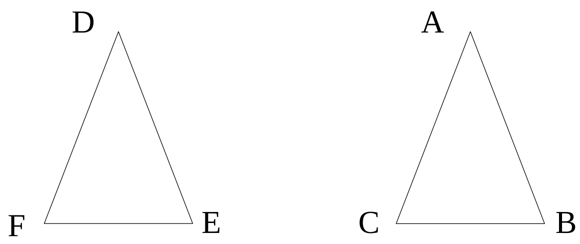
V: İki doğrudan, daha uzun olanını, $\overline{AB}$ gibi, daha kısa olanına, C gibi, eşit olacak şekilde bölmek istiyoruz. $\bar{C}$ doğrusuna eşit olacak şekilde $\overline{AD}$ doğrusunu çizeriz. Ve çapı $\overline{AD}$ doğrusu olacak şekilde, $\overline{AB}$ doğrusunu $\bar{F}$ noktasından kesen bir daire çizeriz. $\overline{AF}$ ve $\bar{C}$ doğruları $\overline{AD}$ doğrusuna eşit olduğundan, iki doğru birbirine eşit olur. Böylece $\overline{AF}$ doğrusunu, $\bar{C}$ doğrusuna eşit olacak şekilde ayırmış oluruz.



F: Eğer $\overline{ABC}$ ve $\overline{DEF}$ gibi iki üçgenin, $\bar{A}$ ve $\bar{D}$ gibi iki açısı ve bu açıların iki tarafında kalan kenarları her açıdan birbirine eşitse, $\overline{AB}, \overline{DE}$'ye ve $\overline{AC}$, $\overline{DF}$'ye, deriz ki; $\bar{B}$ açısı $\bar{E}$ açısına, $\bar{C}$ açısı da $\bar{F}$ açısına, tabanları $\overline{BC}$ ve $\overline{EF}$ de birbirlerine eşit olur ve bu iki üçgen eşittir.

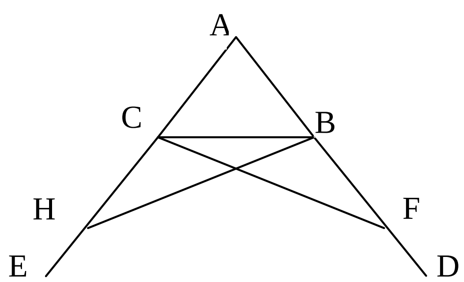
İspatı: $\bar{B}$ noktasını $\bar{E}$ noktasının üzerine koyarız. Ve $\overline{AB}$ doğrusu, $\overline{ED}$ doğrusunun üzerine denk gelir, çünkü ona eşittir. $\bar{A}$ noktası, $\bar{D}$ noktasının üzerine denk gelir, çünkü $\bar{A}$ ve $\bar{D}$ açıları birbirine eşittir. $\overline{AC}$ doğrusu $\overline{DF}$ doğrusu üzerine konumlanır ve $\bar{C}$ noktası $\bar{F}$ noktası üzerine denk gelir, çünkü $\overline{AC}$ ve $\overline{DF}$ doğruları eşittir. Ve $\overline{BC}$ doğrusu, $\overline{EF}$ doğrusu üzerine denk gelir. Ancak kavisli oldukları durumda üst üste gelmezler, ama onlar doğrulardır. Bu çelişkidir.

Böylece birinin tabanı, diğerinin tabanına, $\overline{B}$ ve $\overline{C}$ açıları, $\overline{E}$ ve $\overline{F}$ açılarına, bir üçgen diğer üçgen üzerine tam olarak oturur.



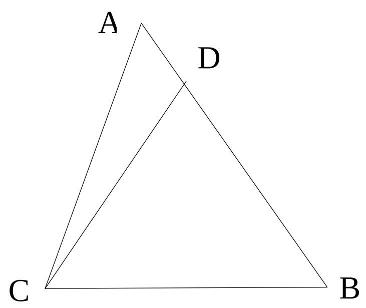
H: $\overline{ABC}$ ikizkenar üçgeninde $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ kenarları eşit kenarlardır ve taban açıları $\overline{ABC}$, $\overline{ACB}$ birbirine eşittir. Eğer yan kenarları aynı doğrultuda uzatırsak, örneğin $\overline{D}$ ve $\overline{E}$ noktalarına kadar, tabanın altında kalan $\overline{DBC}$ ve $\overline{ECB}$ açıları birbirine eşit olur.

İspatı: $\overline{CE}$ doğrusunda $\overline{H}$ noktasını işaretleriz ve $\overline{AF}$'yi $\overline{AH}$'ye eşit olacak şekilde ayırırız. $\overline{BH}$ ve $\overline{CF}$ doğrularını çizeriz. $\overline{AF}$, $\overline{AC}$ kenarları $\overline{AH}$, $\overline{AB}$ eşit olduğundan ve $\overline{A}$ açısı ortak olduğundan, $\overline{ACF}$ ve $\overline{ABH}$ açıları eşittir. Ayrıca $\overline{CFB}$, $\overline{CHB}$ açıları ve $\overline{CF}$, $\overline{BH}$ tabanları da eşittir. $\overline{AF}$ ve $\overline{AH}$'nin parçası olan $\overline{BF}$ ve $\overline{CH}$ ve ayrıca $\overline{CF}$, $\overline{BH}$ de birbirine eşittir. Ve $\overline{F}$ ve $\overline{H}$ açıları da birbirine eşittir. Tabanların altında kalan $\overline{FBC}$, $\overline{HCB}$ açıları da birbirine eşittir. Simetrik $\overline{FCB}$, $\overline{HBC}$ açıları da birbirine eşittir. Ve $\overline{ABH}$ açısından kalan $\overline{ABC}$ açısı ile $\overline{ACF}$ açısından kalan $\overline{ACB}$ açısı birbirine eşittir. Bu göstermek istediğimiz şeydir.



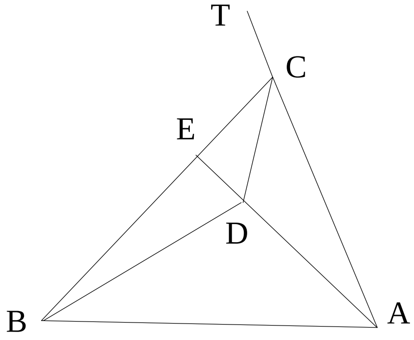
T: Bir üçgende iki taban açısı birbirine eşitse, bu açıların karşısında kalan kenarlar da, $\overline{AB}$ ve $\overline{AC}$ gibi, birbirine eşit olur. Eşit olmadıklarını ve $\overline{AB}$ doğrusunun daha uzun olduğunu varsayalım. $\overline{AC}$ doğrusuna eşit olacak şekilde $\overline{BD}$ parçasını ayıralım ve $\overline{DC}$ doğrusunu çizelim. $\overline{DBC}$ üçgeninin $\overline{DB}$, $\overline{BC}$ kenarları, $\overline{ABC}$ üçgeninin $\overline{AC}$, $\overline{BC}$ kenarlarına eşit olur. $\overline{ACB}$ açısı da

$\overline{\mathrm{ABC}}$ açısına eşit olduğundan, $\overline{\mathrm{ABC}}$ üçgeni, $\overline{\mathrm{DBC}}$ üçgenine eşit olur. Bu durumda bütün parçaya eşit olur. Bu çelişkidir.

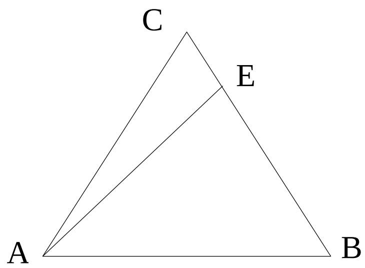


Y: $\overline{\mathrm{AB}}$ doğrusu gibi bir doğrunun iki uç noktasında çıkan iki doğru bir noktada kesişir, örneğin $\overline{\mathrm{AC}}$, $\overline{\mathrm{BC}}$ doğrularının $\bar{\mathrm{C}}$ noktasında kesişmesi gibi. Yine bu iki uçtan çıkan, bu iki doğruyla her açıdan aynı olan başka iki doğrunun, başka bir noktada kesişmesi mümkün değildir. Başka bir noktada kesiştiklerini varsayalım. Ya $\overline{\mathrm{ABC}}$ üçgeninin içinde bir noktada kesişirler, ya $\overline{\mathrm{AC}}$ veya $\overline{\mathrm{BC}}$ doğrularından birinin üzerinde bir noktada kesişirler, ya da bu doğruların dışında ve doğruları kesmeden veya kesecek şekilde kesişirler.

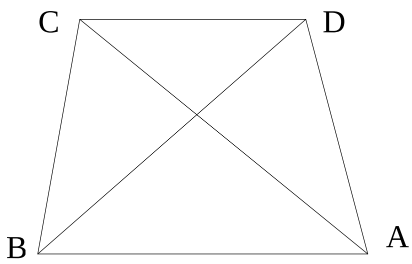
Üçgenin içinde kesişmeleri mümkün değildir, $\overline{\mathrm{AD}}$, $\overline{\mathrm{DB}}$ doğruları gibi. $\overline{\mathrm{AD}}$ doğrusunu $\bar{\mathrm{E}}$ noktasına kadar, $\overline{\mathrm{AC}}$ doğrusunu $\bar{\mathrm{T}}$ noktasına kadar uzatırız ve $\overline{\mathrm{DC}}$ doğrusunu çizeriz. $\overline{\mathrm{AD}}$, $\overline{\mathrm{AC}}$ doğruları eşit olduğundan $\overline{\mathrm{ADC}}$, $\overline{\mathrm{ACD}}$ açıları eşit olur. Aynı zamanda $\overline{\mathrm{EDC}}$, $\overline{\mathrm{TCD}}$ açıları eşit olur. Ancak $\overline{\mathrm{BDC}}$, $\overline{\mathrm{BCD}}$ açıları eşit kenarlardan dolayı eşit olur ve $\overline{\mathrm{EDC}}$ açısı $\overline{\mathrm{DCE}}$ açısından çok daha küçüktür. Bu çelişkidir.



Y.A: Dışarıda bir noktada doğruları kesmeden kesiştikleri durumla, doğrulardan birinin üzerinde kesiştikleri durumu aynı şekilde açıklayabiliriz, $\overline{\mathrm{BE}}$, $\overline{\mathrm{AE}}$ doğruları gibi. Bu durumda $\overline{\mathrm{BE}}$, $\overline{\mathrm{BC}}$' ye eşit olur ve bu çelişkidir.

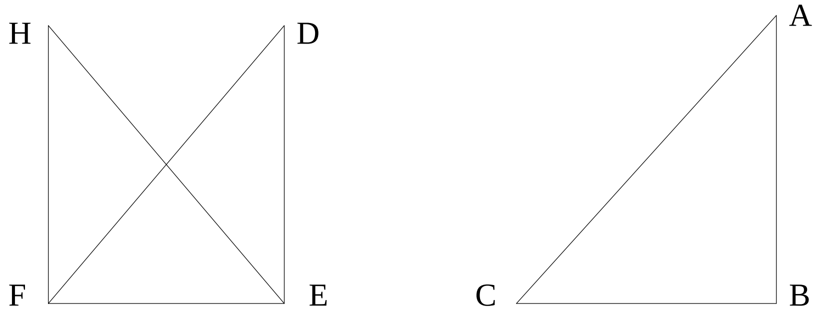


Y.B: Eğer iki noktadan birinden çıkan doğru, diğer noktadan çıkan doğruyla kesişirse ve o noktadan çıkan başka bir doğruyu keserse, $\overline{A}$ noktasından çıkan $\overline{AC}$, $\overline{AD}$ doğruları gibi ya da $\overline{B}$ noktasından çıkan $\overline{BC}$, $\overline{BD}$ doğruları gibi, $\overline{AC}$ ve $\overline{BC}$ doğruları $\overline{C}$ noktasında, $\overline{AD}$ ve $\overline{BD}$ doğruları $\overline{D}$ noktasında kesişir. Aynı zamanda $\overline{BD}$ doğrusu $\overline{AC}$ doğrusunu keser. $\overline{CD}$ doğrusunu çizeriz. $\overline{AC}$, $\overline{AD}$'ye eşittir ve $\overline{ACD}$ açısı, $\overline{ADC}$ açısına eşit olur. Böylece $\overline{DCB}$ açısı $\overline{ACD}$ açısından büyük olduğundan, $\overline{BDC}$ açısından çok daha büyük olur. Ancak $\overline{CB}$, $\overline{BD}$ kenarları birbirine eşittir. Bu çelişkidir.



Y.C: $\overline{ABC}$ üçgeninin üç kenarı bütün açılardan $\overline{EDF}$ üçgeninin kenarlarına eşit olursa, bu iki üçgenin taban açıları da birbirine eşit olur.

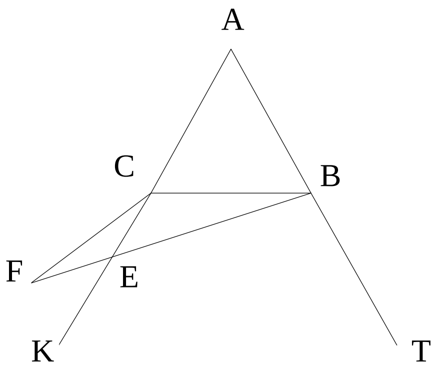
İspatı: Eğer $\overline{B}$ noktasını $\overline{E}$ noktasının üzerine koyarsak, iki üçgenin taban uzunlukları birbirine eşit olduğu için $\overline{C}$ noktası $\overline{F}$ noktasının üzerine gelir. $\overline{BA}$ kenarı da $\overline{ED}$ kenarıyla örtüşür. Örtüşmediğini varsayalım, $\overline{EH}$, $\overline{HF}$ doğruları gibi. $\overline{ED}$, $\overline{DF}$ doğruları, $\overline{FE}$ doğrusunun iki ucundan çıkar ve $\overline{D}$ noktasında kesişir. Ve bu doğrunun iki tarafından, yine bu doğrulara eşit başka iki doğru çıkmış ve aynı noktada kesişmemiş olur. Bu çelişkidir.



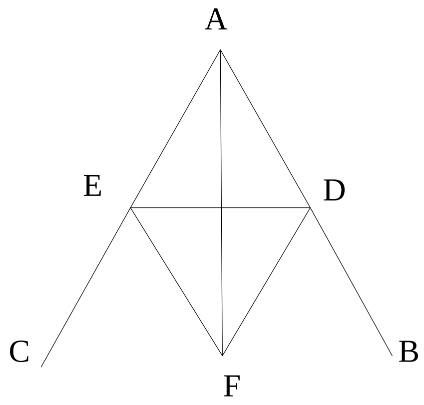
Y.D: $\overline{ABC}$ üçgeni ikizkenar üçgendir ve $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ kenarları birbirine eşittir. Bu iki kenarı $\overline{T}$ ve $\overline{K}$ noktalarına kadar uzatıp $\overline{BC}$ doğrusu üzerinde bir eşkenar üçgen çizeriz. Ve deriz ki; bu eşkenar üçgenin diğer kenarları, uzattığımız bu iki doğru arasında kalır.

Bu üçgenin bir kenarının uzattığımız doğrulardan birinin üstünde olması mümkün değildir, $\overline{BCE}$ üçgeni gibi. Çünkü $\overline{CE}$, $\overline{EB}$ kenarları birbirine eşittir. Böylece $\overline{ECB}$, $\overline{EBC}$ açıları da birbirine eşittir. Ve tabanın altında kalan $\overline{ECB}$, $\overline{CBT}$ açıları da birbirine eşittir. Ve $\overline{CBE}$ açısı $\overline{CBT}$ açısına eşit olur ki bu bütünün parçaya eşit olmasıdır. Bu çelişkidir.

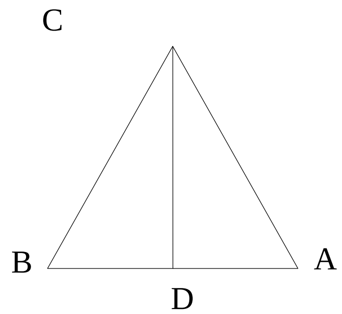
Ve bu iki kenarın, uzattığımız iki doğrunun dışında olması da mümkün değildir, $\overline{BF}$, $\overline{CF}$ gibi. Çünkü $\overline{BCF}$ açısı, $\overline{FBC}$ açısına eşit olur. Ancak $\overline{BCF}$ açısı, $\overline{FBC}$ açısından büyüktür. Bu çelişkidir.



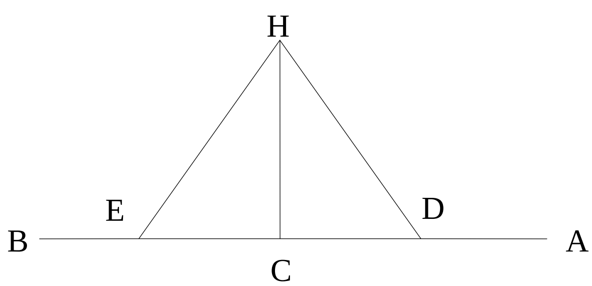
Y.E: İki doğru arasında kalmış bir açıyı ikiye bölmek istiyoruz, $\overline{BAC}$ açısı gibi. Bu iki doğrudan birbirine eşit olacak şekilde $\overline{AD}$, $\overline{AE}$ kenarlarını ayırırız ve $\overline{DE}$ doğrusunu çizeriz. Bu doğru üzerinde $\overline{DEF}$ eşkenar üçgenini çizeriz ve $\overline{AF}$ doğrusunu oluştururuz. Böylece açıyı ikiye bölmüş oluruz. Çünkü $\overline{AD}$, $\overline{AF}$ kenarları tüm açılardan $\overline{AE}$, $\overline{AF}$ kenarlarına eşittir ve $\overline{DF}$ tabanı $\overline{FE}$ tabanına eşittir. Ve $\overline{DAF}$ açısı $\overline{EAF}$ açısına eşit olur. Böylece $\overline{DAE}$ açısı ikiye bölünmüş olur.



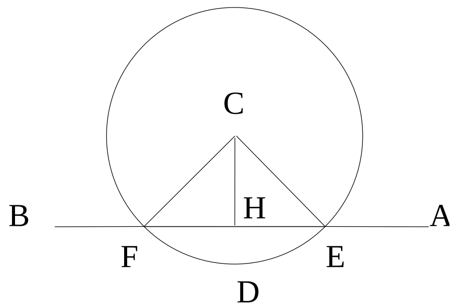
Y.V: $\overline{AB}$ doğrusunu ikiye bölmek istiyoruz. Bu doğru üzerine $\overline{ABC}$ eşkenar üçgenini çizeriz. $\overline{C}$ açısını, $\overline{AB}$ doğrusu üzerinde bulunan $\overline{D}$ noktasına çizdiğimiz bir doğruyla ikiye böleriz. $\overline{AC}$, $\overline{CD}$ doğruları $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ doğrularına eşit olur. İki $\overline{C}$ açısı da birbirine eşittir. $\overline{AD}$, $\overline{DB}$ tabanları da birbirine eşit olduğundan $\overline{AB}$ doğrusu ikiye bölünmüş olur. Bu yapmak istediğimiz şeydir.



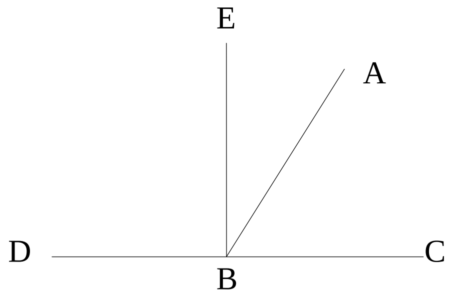
Y.F: Verilen bir $\overline{AB}$ doğrusu üzerinde bulunan $\overline{C}$ noktasından bu doğruya dik çizmek istiyoruz. Bu doğruyu aynı doğrultuda iki ucundan da sonsuza kadar uzatırız ve birbirine eşit $\overline{CD}$, $\overline{CE}$ parçalarını alırız. Sonra $\overline{DE}$ doğrusu üzerinde bir eşkenar üçgen çizeriz, bu $\overline{DHE}$ üçgenidir. Böylece $\overline{CH}$ dikliğine ulaşırız. Çünkü $\overline{DC}$, $\overline{CH}$ kenarları $\overline{EC}$, $\overline{CH}$ kenarlarına eşittir ve $\overline{DC}$, $\overline{EC}$ tabanları da birbirine eşittir. Böylece $\overline{HCD}$ açısı $\overline{HCE}$ açısına eşit olur. Dikliği çizmiş oluruz.



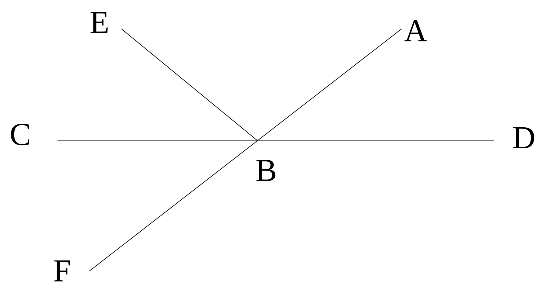
Y.H: Eğer $\overline{AB}$ doğrusuna, üzerinde olmayan bir noktadan, $\overline{C}$ gibi, diklik çizmek istersek, bu doğruyu sonsuza kadar uzatırız. Sonra $\overline{C}$ noktasının olmadığı taraftan rastgele bir $\overline{D}$ noktası seçeriz. $\overline{CD}$ doğrusu yarıçapı olacak şekilde, $\overline{AB}$ doğrusunu $\overline{E}$ ve $\overline{F}$ noktalarından kesen bir daire çizeriz. Sonra $\overline{CE}$ ve $\overline{CF}$ doğrularını çizeriz. $\overline{C}$ açısını $\overline{CH}$ doğrusuyla ikiye böleriz ki bu dikliktir. Çünkü $\overline{C}$ açıları birbirine eşittir ve $\overline{EC}$, $\overline{CH}$ kenarları $\overline{FC}$, $\overline{CH}$ kenarlarına eşittir. $\overline{CHE}$ açısı da $\overline{CHF}$ açısına eşittir. Böylece $\overline{CH}$ dikliktir.



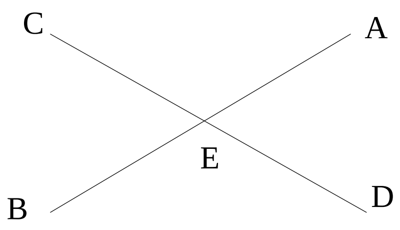
Y.T: Bir doğruyu kesen başka bir doğrunun -$\overline{CD}$'yi kesen $\overline{AB}$ gibi- iki tarafında kalan açılar; ya diktir eğer $\overline{AB}$ diklikse, ya da toplamları iki dik açıya eşittir eğer $\overline{AB}$ diklik değilse. Çünkü eğer $\overline{B}$ noktası üzerine $\overline{BE}$ dikini çizersek, $\overline{CBA}$, $\overline{ABE}$ açılarının toplamı bir dik açıya eşit olur ve $\overline{EBD}$ açısı da dik açı olur. Böylece $\overline{B}$ noktasının üç açısı, toplam iki dik açıya eşit olmuş olur. Bunlardan ikisi $\overline{ABC}$, $\overline{ABE}$ açıları, $\overline{EBD}$ açısıyla beraber iki dik açıya eşit olur.



K: Eğer bir doğrunun bir ucundan iki tarafa doğru iki doğru çıkarsa ve bu doğrular arasında kalan açı iki dik açıya eşit olursa, bu iki doğru aynı doğrultudadır, $\overline{AB}$ doğrusunun, $\overline{B}$ noktasından çıkan $\overline{BD}$, $\overline{BC}$ doğruları gibi. $\overline{BD}$ doğrusunun aynı doğrultuda başka bir doğruyla kesiştiğini varsayalım, iki doğru arasında kalan $\overline{BE}$ doğrusu gibi, ya da bu iki doğrunun dışında kalan $\overline{BF}$ doğrusu gibi; eğer $\overline{BE}$ gibi olursa, $\overline{ABD}$ ve $\overline{ABE}$ doğrularının toplamı da iki dik açıya eşit olur. Ortak olan $\overline{ABD}$ açısını çıkardığımızda, geriye kalan $\overline{ABE}$ ve $\overline{ABC}$ açıları eşit olur. Ancak bu durumda bütün parçaya eşit olur ve bu çelişkidir. $\overline{BF}$ gibi olduğu durumda da aynı şey geçerlidir ve ispatı bunun aynısıdır.

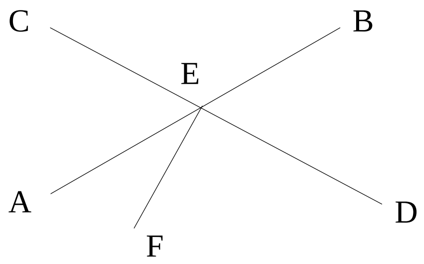


K.A: Kesişen iki doğrunun, $\overline{E}$ noktasında kesişen $\overline{AB}$ ve $\overline{CD}$ doğruları gibi, arasında kalan karşılıklı açılar birbirine eşit olur ve bu dört açının toplamı dört dik açıya eşit olur. Çünkü $\overline{AED}$ ve $\overline{DEB}$ açıları iki dik açıya eşittir.

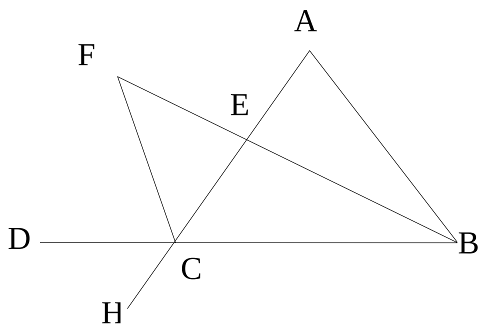


(Yukarıdan devam ediyor)

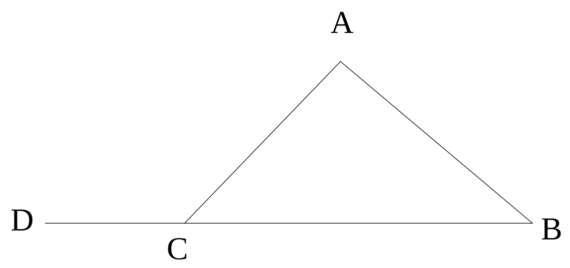
K.B: Ve $\overline{DEA}$, $\overline{AEC}$ açıları da aynı şekildedir. Ortak olan $\overline{AED}$ açısı çıkarıldığında iki dik açıya eşit olan $\overline{DEB}$ ve $\overline{AEC}$ açıları kalır. Diğerlerinin ispatı da bu şekildedir ve böylece dört açının toplamı da dört dik açıya olur. Tam tersinden düşünürsek, eğer aralarında kalan karşılıklı açılar birbirine eşitse, kesişen iki çizgi düz bir doğrultudadır. Olmadıklarını varsayalım ve $\overline{BE}$ ve $\overline{FE}$ doğrularının aynı doğrultuda kesiştiklerini düşünelim. Böylece $\overline{FEC}$ açısı $\overline{BED}$ açısına eşit olur ve o da $\overline{AEC}$ açısına eşittir. Bu çelişkidir.



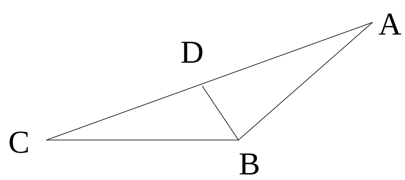
K.C: Bir üçgenin kenarlarından biri aynı doğrultuda uzatılırsa, $\overline{ABC}$ üçgeninin $\overline{BC}$ kenarının $\overline{D}$ noktasına uzatılması gibi, üçgenin dış açısı-$\overline{ACD}$ açısı-, bu açının karşısında kalan diğer iki iç açısının her birinden daha büyüktür ki onlar $\overline{BAC}$, $\overline{ABC}$ açılarıdır. $\overline{AC}$ kenarını $\overline{E}$ noktasından ikiye böleriz, $\overline{BE}$ doğrusunu çizeriz ve onu aynı doğrultuda $\overline{EF}$, $\overline{BE}$'ye eşit olacak şekilde $\overline{F}$ noktasına kadar uzatırız. $\overline{FC}$'yi çizeriz. $\overline{AE}$ ve $\overline{EB}$ kenarları $\overline{CE}$ ve $\overline{EF}$ kenarlarına eşittir. Ve karşılıklı $\overline{AEB}$, $\overline{FEC}$ açıları birbirine eşittir. $\overline{ECF}$ açısı da $\overline{BAE}$ açısına eşit olur. Böylece $\overline{ACD}$ açısının tamamı $\overline{BAC}$ açısından büyük olur. Ve yine $\overline{AC}$ kenarını $\overline{H}$ noktasına uzatarak aynı şekilde açıklayabiliriz. $\overline{BCH}$ açısı $\overline{ABC}$ açısından büyük olur ve o karşı açısı olan $\overline{ACD}$ açısına eşittir. Böylece $\overline{ACD}$ açısı $\overline{ABC}$ açısından da büyük olur.



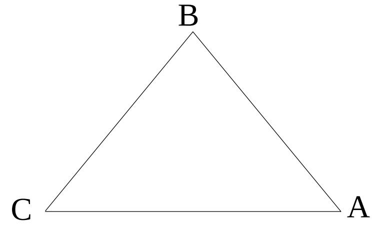
K.D: Bir üçgende, iki iç açının toplamı her zaman iki dik açıdan küçük olur. $\overline{A}$ ile $\overline{C}$ açılarının ve $\overline{B}$ ile $\overline{C}$ açılarının toplamının iki dik açıdan küçük olduğunu göstermek için $\overline{BC}$ kenarını $\overline{D}$ noktasına uzatırız. Çünkü $\overline{ACB}$ açısının, diğer iki iç açıdan her biriyle toplamı, bu iç açıların $\overline{ACD}$ açısıyla toplamından küçük olur. Ve $\overline{ACB}$ açısının $\overline{ACD}$ açısıyla toplamı, iki dik açıya eşittir.



K.E: Bir üçgende $\overline{AC}$ kenarı, $\overline{AB}$ kenarından daha uzundur. Bu durumda, uzun olan $\overline{AC}$ kenarının karşısındaki $\overline{ABC}$ açısı, kısa olan $\overline{AB}$ kenarının karşısındaki $\overline{C}$ açısından büyüktür. $\overline{AD}$'yi $\overline{AB}$ kenarına eşit olacak şekilde seçeriz. $\overline{ABC}$ açısı $\overline{ABD}$ açısından büyüktür ve $\overline{ABD}$ açısı da $\overline{ADB}$ açısına eşittir ki bu açı $\overline{BCD}$ açısının dış açısı olduğu için ondan büyüktür. Böylece $\overline{ABC}$ açısı $\overline{ACB}$ açısından çok daha büyüktür.

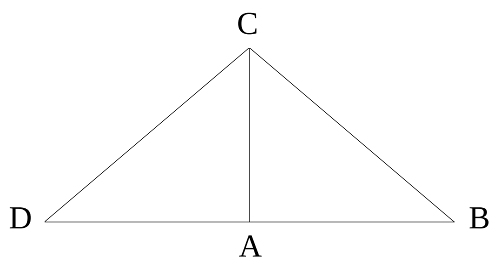


K.V: Büyük olan $\overline{B}$ açısının karşısındaki kenar, küçük olan $\overline{C}$ açısının karşısındaki kenardan kısadır. Çünkü eğer $\overline{AB}$, $\overline{AC}$'ye eşit olsaydı, $\overline{B}$ ve $\overline{C}$ açıları eşit olurdu. Eğer daha uzun olsaydı, uzun kenarın karşısındaki $\overline{C}$ açısı daha büyük olurdu, $\overline{AB}$ daha küçüktür, bu çelişkidir.

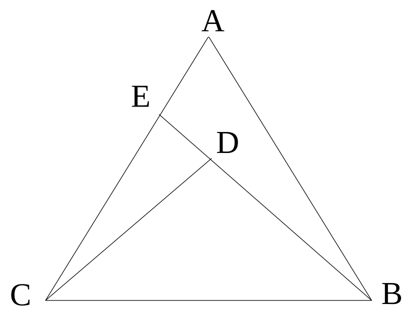


K.F: Bir üçgenin, iki kenar uzunluğunun toplamı üçüncü kenarın uzunluğundan büyüktür. Eğer üçgen eşkenar üçgense bu aşikârdır. Eğer $\overline{BC}$ kenarı en uzun kenarsa, $\overline{BA}$ kenarını sonsuza doğru uzatırız. $\overline{AD}$'yi $\overline{AC}$'ye eşit olacak şekilde alırız ve $\overline{DC}$ kenarını çizeriz. $\overline{BCD}$

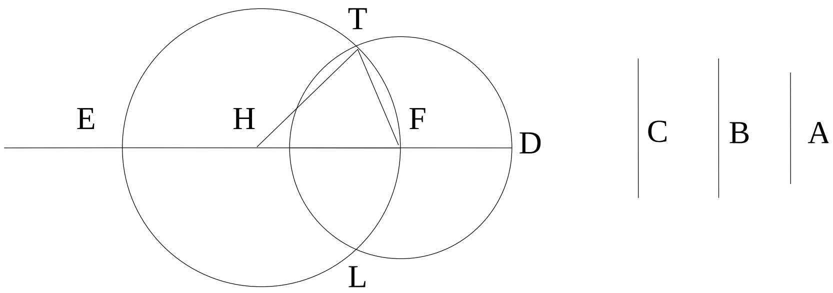
açısı, $\overline{ACD}$ açısından büyüktür ki o $\overline{ADC}$ açısına eşittir. $\overline{BCD}$ açısının karşısındaki kenar, $\overline{BD}$, yani $\overline{BA}$ artı $\overline{AC}$, $\overline{D}$ açısının karşısındaki kenar olan $\overline{BC}$'den büyüktür.



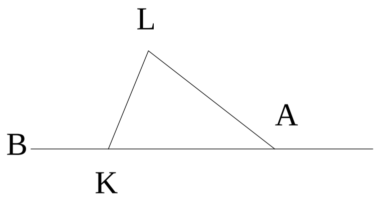
K.H: Bir üçgenin iki kenarının uçlarından çıkan ve üçgenin içinde bir noktada kesişen iki doğrunun uzunluğu, $\overline{D}$ noktasında birleşen $\overline{BD}$ ve $\overline{CD}$ gibi, üçgenin kenarlarından, yani $\overline{BA}$ ve $\overline{AC}$'den, daha kısadır. Ancak aralarındaki açı, yani $\overline{BDC}$ açısı, kenarların arasındaki açıdan, $\overline{A}$ açısı gibi, daha büyüktür. $\overline{BD}$ doğrusunu $\overline{E}$ noktasına kadar uzatırız. $\overline{DE}$ ve $\overline{EC}$'nin toplamı, $\overline{DC}$'den daha uzundur. Ve $\overline{BD}$, $\overline{DE}$ ve $\overline{EC}$'nin toplamı, $\overline{BD}$ ve $\overline{DC}$'nin toplamından daha uzundur. Böylece $\overline{CE}$, $\overline{EA}$ ve $\overline{AB}$'nin toplamı ile beraber $\overline{CE}$ ve $\overline{EB}$'nin toplamından uzun olur ve $\overline{CD}$ ile $\overline{DB}$'nin toplamından ise çok daha uzun olur. Ancak, $\overline{D}$ dış açısı, $\overline{E}$ açısından büyüktür ve $\overline{E}$ dış açısı, $\overline{A}$ açısından büyüktür. Böylece $\overline{D}$ açısı, $\overline{A}$ açısından çok daha büyük olur.

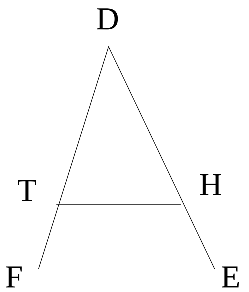


K.T: Kenar uzunlukları $\overline{A}$, $\overline{B}$, $\overline{C}$ gibi verilen üç doğruya eşit olacak şekilde bir üçgen çizmek istiyoruz. Verilen bu üç doğrudan ikisinin uzunluklarının toplamı, her zaman üçüncü doğrunun uzunluğundan büyük olmalıdır, aksi halde üçgeni çizmek mümkün değildir. Sonsuz uzunlukta $\overline{DE}$ doğrusunu çizeriz ve ondan $\overline{A}$ doğrusuna eşit $\overline{DF}$ doğrusunu, $\overline{B}$ doğrusuna eşit $\overline{FH}$ doğrusunu ve $\overline{C}$ doğrusuna eşit $\overline{EH}$ doğrusunu ayırırız. Sonra merkezi $\overline{F}$ noktası olacak şekilde $\overline{D}$ noktasından geçen $\overline{TLD}$ dairesini, merkezi $\overline{H}$ noktası olacak şekilde $\overline{E}$ noktasından geçen $\overline{\text{TLE}}$ dairesini çizeriz ve bu daireler $\overline{\text{T}}$ noktasında kesişir. Sonra $\overline{\text{TF}}$ ve $\overline{\text{TH}}$ doğrularını çizeriz. Ve $\overline{\text{FH}}$ kenarı $\overline{\text{B}}$ doğrusuna eşit olur. $\overline{\text{TH}}$ kenarı, yani $\overline{\text{EH}}$, $\overline{\text{C}}$ doğrusuna eşit olur. $\overline{\text{TF}}$ kenarı, yani $\overline{\text{DF}}$, $\overline{\text{A}}$ doğrusuna eşit olur. Böylece üçgeni çizmiş oluruz.

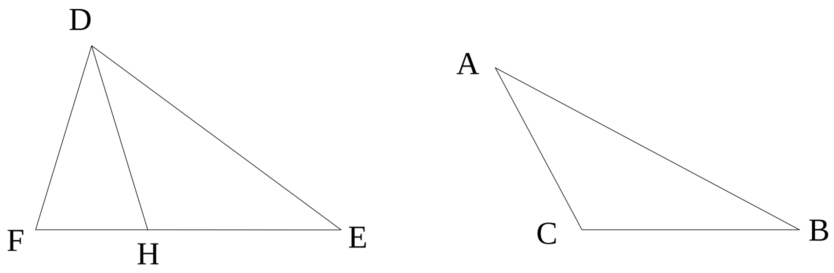


L: $\overline{\text{AB}}$ doğrusu üzerinde bulunan $\overline{\text{A}}$ noktası üzerinde $\overline{\text{EDF}}$ açısına eşit bir açı çizmek istiyoruz. Bu açının kollarını $\overline{\text{HT}}$ doğrusuyla keseriz ve $\overline{\text{AB}}$ doğrusunu da sonsuza doğru uzatırız. Sonra $\overline{\text{AB}}$ doğrusundan $\overline{\text{DH}}$'ye eşit $\overline{\text{AK}}$ doğrusunu alırız. Ve $\overline{\text{AK}}$ doğrusu üzerinde kenar uzunlukları $\overline{\text{DH}}$, $\overline{\text{HT}}$ ve $\overline{\text{DT}}$'ye eşit olan bir üçgen çizeriz. $\overline{\text{AK}}$ kenarı $\overline{\text{DH}}$'ye, $\overline{\text{AL}}$ kenarı $\overline{\text{DT}}$'ye ve $\overline{\text{KL}}$ kenarı da $\overline{\text{HT}}$'ye eşit olur. Böylece $\overline{\text{A}}$ açısı $\overline{\text{HDT}}$ açısına eşit olur. Çünkü kenarları orantılı ve eşittir.

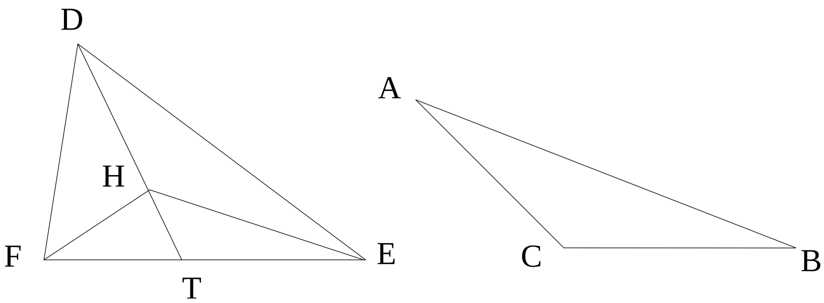




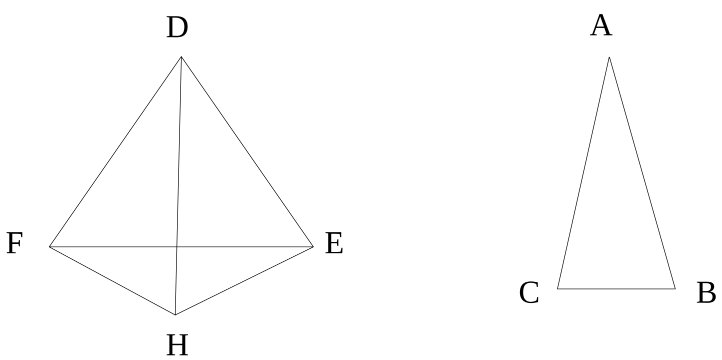
L.A: Birinin iki kenarı, diğerinin iki kenarına eşit olan iki üçgende, $\overline{\text{ABC}}$ ve $\overline{\text{DEF}}$ gibi, $\overline{\text{AB}}$ $\overline{\text{DE}}$'ye, $\overline{\text{AC}}$ de $\overline{\text{DF}}$'ye eşit olsun, birinin bu iki kenarı arasında kalan açı, $\overline{\text{D}}$ gibi, diğerininkinden, $\overline{\text{A}}$ gibi, büyük olursa tabanı daha uzun olur. $\overline{\text{D}}$ noktası üzerinde, $\overline{\text{A}}$ açısına eşit, $\overline{\text{EDH}}$ açısını yaparız ve $\overline{\text{DH}}$'yi $\overline{\text{AC}}$'ye eşit çizeriz. Eğer $\overline{\text{DH}}$ doğrusu $\overline{\text{EF}}$ kenarının üzerinde olur, onu keser ve ondan dışarı taşmazsa, iki eşit kenar ve açıdan dolayı da $\overline{\text{EH}}$, $\overline{\text{BC}}$'ye eşit olur. Böylece $\overline{\text{BC}}$ tabanı, $\overline{\text{EF}}$'den daha kısa olur.



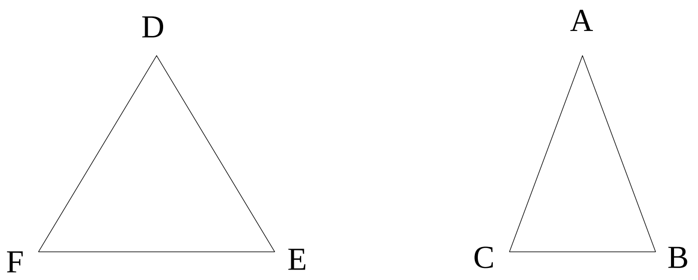
L.B: Eğer doğru üçgenin içinde kalır ve onu kesmezse, $\overline{DH}$ gibi, $\overline{EH}$ ve $\overline{FH}$ doğrularını çizeriz ve $\overline{DH}$ doğrusunu tabandaki $\overline{T}$ noktasına kadar uzatırız. $\overline{DH}$, $\overline{DF}$ kenarına eşit olduğundan, $\overline{DHF}$ açısı $\overline{DFH}$ açısına eşit olur ve $\overline{FHT}$ dış açısı $\overline{DFH}$ açısından, yani aynı zamanda $\overline{DHF}$ açısından büyük olur ki $\overline{DHF}$ açısı da $\overline{HFT}$ açısının dış açısı olduğu için ondan büyüktür. Bu durumda $\overline{FHT}$ açısı, hatta $\overline{FHE}$ açısının tümü, $\overline{HFE}$ açısından büyük olur. Böylece $\overline{EF}$ tabanı, $\overline{EH}$ kenar uzunluğundan, yani $\overline{BC}$'den büyük olur.



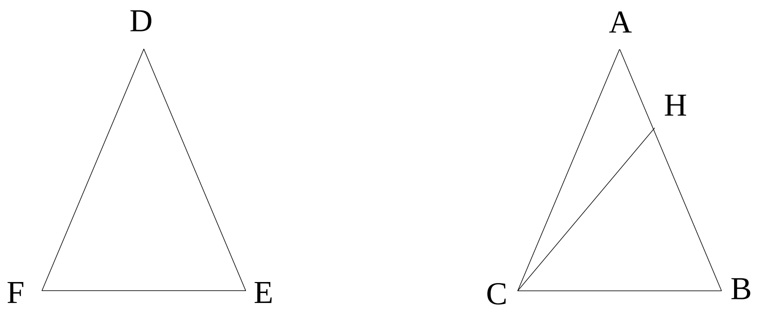
L.C: Eğer $\overline{DH}$ tabanı keser ve diğer tarafa geçerse, $\overline{EH}$ ve $\overline{FH}$'yi çizeriz. $\overline{DH}$, $\overline{DF}$'ye eşit olur ve $\overline{DFH}$, $\overline{DHF}$ açıları da birbirine eşit olur. Ve $\overline{EHF}$ açısı, $\overline{EFH}$ açısından çok daha büyük olur. Tabanı $\overline{FE}$ de $\overline{EH}$'den, yani $\overline{BC}$'den daha uzun olur.



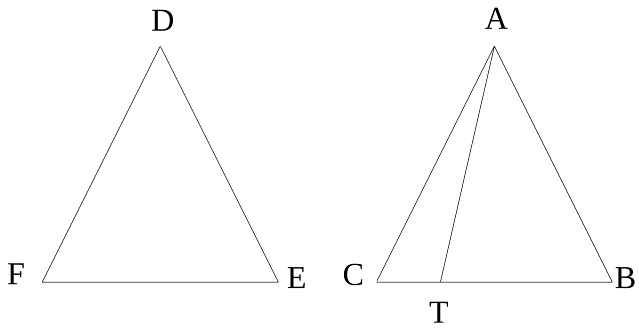
L.D: Eğer bir tanesinin tabanı daha uzunsa, tabanın karşısındaki açısı da diğerininkinden daha büyüktür. Çünkü eğer tabanı eşit olsaydı, açı da eşit olurdu, eğer açısı daha büyük olsaydı, tabanı da daha uzun olurdu.



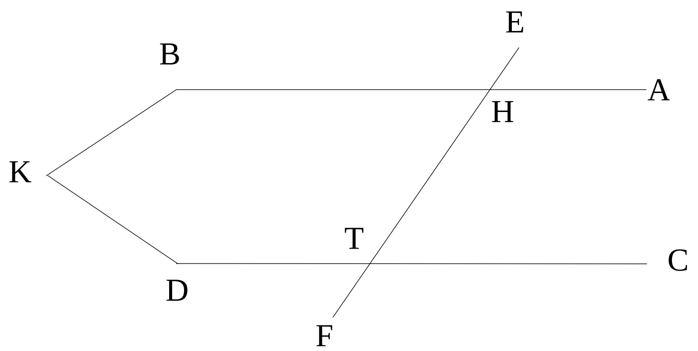
L.E: Eğer iki üçgenin ikişer açıları birbirine eşitse, $\overline{ABC}$ üçgenindeki $\overline{B}$ ve $\overline{C}$ açıları ile $\overline{DEF}$ üçgenindeki $\overline{E}$ ve $\overline{F}$ açıları gibi, ve ikişer kenarları da birbirine eşitse, bu iki üçgen, açıları ve kenarları eşittir. İlk olarak, $\overline{BC}$ ve $\overline{EF}$'nin eşit olduğu durumu düşünelim. Deriz ki; $\overline{ED}$ ve $\overline{BA}$ eşittir. $\overline{BA}$'nın daha uzun olduğunu varsayalım ve ondan mümkünse $\overline{ED}$'ye eşit olacak şekilde $\overline{BH}$ parçasını ayıralım. Böylece $\overline{BH}$ ve $\overline{BC}$, $\overline{DE}$ ve $\overline{EF}$'ye eşit olur. Ve $\overline{E}$ açısı $\overline{B}$ açısına, $\overline{HCB}$ açısı da $\overline{DFE}$ açısına, yani $\overline{ACB}$ açısına eşit olur. Bu çelişkidir.



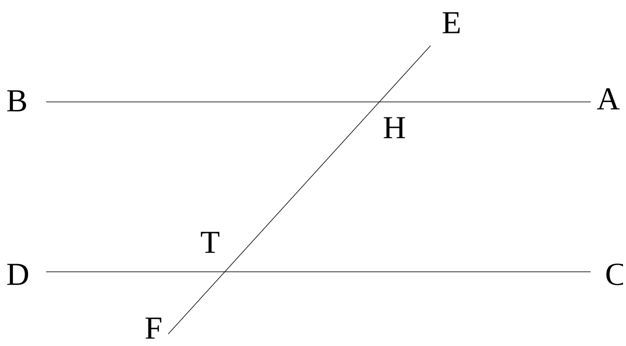
L.V: $\overline{AB}$ ve $\overline{DE}$'nin eşit olduğu durumu düşünelim. Deriz ki; $\overline{EF}$ ve $\overline{BC}$ eşittir. $\overline{BC}$'nin daha uzun olduğunu varsayalım. $\overline{EF}$'ye eşit olacak şekilde $\overline{BT}$'yi seçelim. Böylece $\overline{AB}$, $\overline{BT}$ kenarları ve $\overline{B}$ açısı, $\overline{DE}$, $\overline{EF}$ kenarları ve $\overline{E}$ açısına eşit olur. $\overline{BTA}$ açısı $\overline{EFD}$ açısına eşit olmuş olur, yani bir iç açı karşısındaki bir dış açıya eşit olmuş olur. Bu çelişkidir.



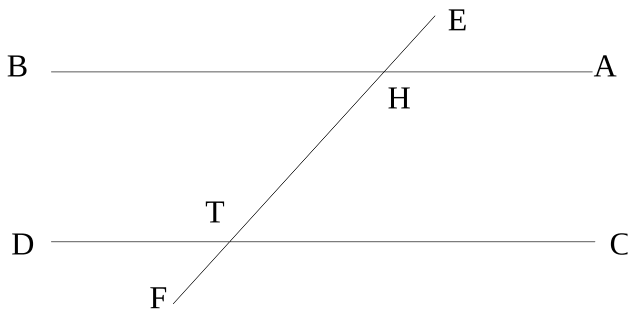
L.F: Eğer bir doğru iki doğruyu keserse ve iç ters açılar birbirine eşitse, $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ doğrularını kesen $\overline{EF}$ doğrusu ve $\overline{AHT}$, $\overline{DTH}$ açıları gibi, bu doğrunun kestiği bu iki doğru birbirine paraleldir. Doğruların paralel olmadıklarını ve $\overline{K}$ noktasında kesiştiklerini varsayalım. Bu durumda $\overline{AHT}$ dış açısı, $\overline{HTD}$ iç açısına eşit olur. Bu çelişkidir.



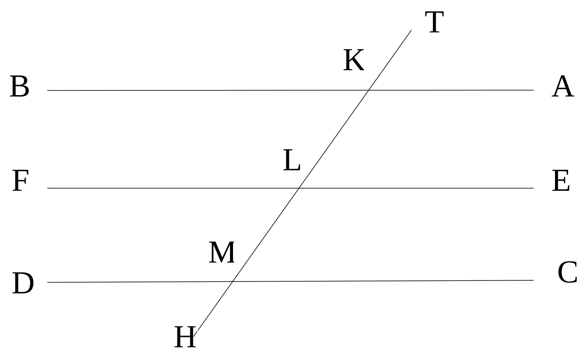
L.H: $\overline{EHB}$ gibi bir dış açı, aynı yöndeki $\overline{HTD}$ gibi bir iç açıya eşit olduğunda da aynı şekildedir, yani aynı taraftaki iki iç açının toplamı iki dik açıya eşit olduğunda. Çünkü $\overline{EHB}$ açısı $\overline{AHT}$ açısına eşittir ve iç ters açılar $\overline{AHT}$, $\overline{DTH}$ açıları da eşittir. $\overline{BHT}$ açısının $\overline{AHT}$ açısıyla toplamı iki dik açıya eşit olduğu için, $\overline{DTH}$ açısıyla toplamı da iki dik açıya eşittir. $\overline{AHT}$ ve $\overline{DTH}$ iç ters açıları da birbirine eşittir.



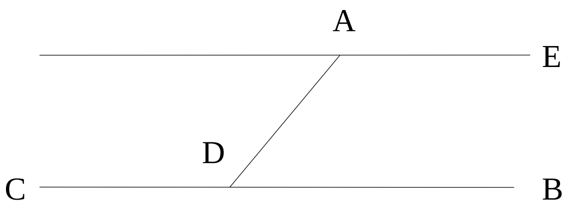
L.T: Eğer iki doğru paralelse, iç ters açılar ve aynı yöne bakan bir iç açı ile bir dış açı birbirine eşit olur. Ve aynı taraftaki iki iç açının toplamı iki dik açıya eşit olur. Ve deriz ki $\overline{AHT}$ açısı $\overline{DTH}$ açısına eşittir. Olmadığını ve $\overline{AHT}$ açısının daha büyük olduğunu varsayalım. Bu durumda $\overline{BHT}$ ve $\overline{DTH}$ açılarının toplamı iki dik açıdan daha küçük olur ve bu iki doğru o tarafta kesişir. Ancak bu iki doğru paraleldir. Bu çelişkidir. Böylece $\overline{DTH}$ açısı $\overline{AHT}$ açısına eşittir, yani $\overline{BHE}$ dış açısı ile $\overline{HTD}$ açısının, $\overline{BHT}$ açısıyla toplamı iki dik açıya eşittir.



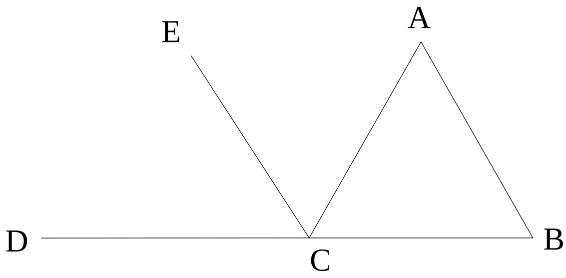
M: Bir doğruya paralel olan iki doğru paraleldir, $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ doğrularının $\overline{EF}$ doğrusuna paralel olması gibi. Çünkü eğer $\overline{TH}$ doğrusu bu üç doğrunun üzerinden geçiyorsa ve onları $\overline{K}$, $\overline{L}$, $\overline{M}$ noktalarında kesiyorsa, $\overline{AKL}$ açısı iç ters açısı olan $\overline{KLF}$ açısına eşittir ve o da yöndeş açısı olan $\overline{LMD}$ açısına eşittir. $\overline{AKM}$ açısı da iç ters açısı olan $\overline{DMK}$ açısına eşittir ve böylece $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ doğruları paraleldir.



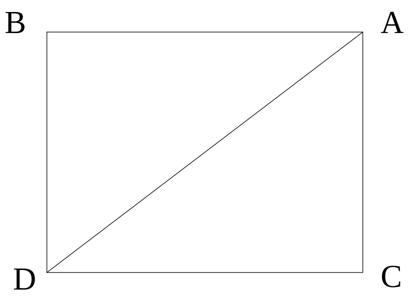
M.A: $\overline{A}$ noktası gibi verilen bir nokta üzerinde, $\overline{BC}$ doğrusu gibi bir doğruya paralel, iki taraftan sonsuza doğru uzanan bir doğru çizmez istiyoruz. $\overline{BC}$ doğrusu üzerinde rastgele bir $\overline{AD}$ doğrusu çizeriz. Sonra $\overline{A}$ noktası üzerinde, $\overline{ADC}$ açısına ters yönde ve eşit olacak şekilde bir açı oluştururuz ki bu $\overline{EAD}$ açısıdır. Bu doğruyu iki tarafa uzatırız ki bu $\overline{AE}$ doğrusudur. Yapmak istediğimizi yaptık.



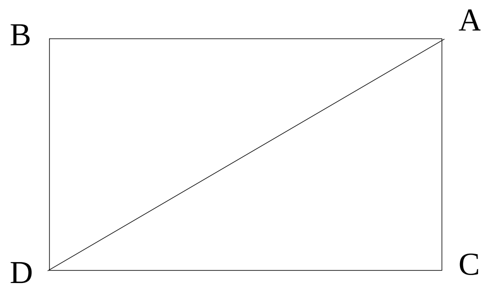
M.B: Bir üçgende, $\overline{ABC}$ üçgeni gibi, bir dış açı, kendisine komşu olmayan diğer iki iç açının toplamına eşittir ve üçgenin üç iç açısının toplamı iki dik açıya eşittir. $\overline{ACD}$ dış açısındaki $\overline{C}$ noktasından, $\overline{A}$ noktası tarafında, $\overline{AB}$ doğrusuna paralel olacak şekilde $\overline{CE}$ doğrusunu çizeriz. Ve $\overline{ACE}$ açısı, iç ters açısı olan $\overline{BAC}$ açısına eşit olur. $\overline{ECD}$ açısı da yöndeş açısı olan $\overline{ABC}$ açısına eşit olur. Böylece $\overline{ACD}$ açısı $\overline{A}$ ve $\overline{B}$ açılarının toplamına eşit olur. Ve $\overline{ACB}$ açısı $\overline{ACD}$ açısıyla beraber, yani $\overline{A}$ ve $\overline{B}$ açılarıyla beraber iki dik açıya eşit olmuş olur.



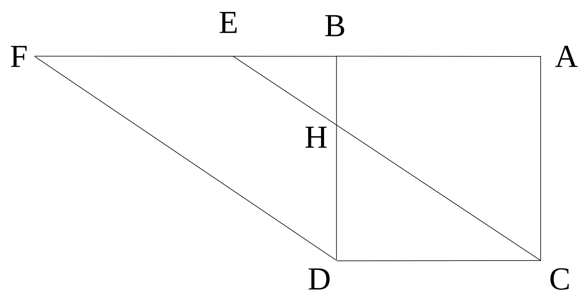
M.C: Birbirine paralel ve eşit uzunlukta iki doğrunun uç noktalarını birleştiren doğrular da paralel ve eşit uzunluktadır, $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ doğruları arasındaki $\overline{AC}$, $\overline{BD}$ doğruları gibi. $\overline{AD}$ doğrusunu çizeriz ve $\overline{BAD}$ üçgenindeki $\overline{BA}$, $\overline{AD}$ kenarları, $\overline{CD}$, $\overline{DA}$ kenarlarına eşit olur. Açıları da paralel doğrular arasındaki iç ters açılar olduklarından eşittir. Ayrıca tabanları da eşittir ve aynı zamanda paraleldir. Çünkü $\overline{CAD}$, $\overline{BDA}$ simetrik açıları eşittir, onlar iç ters açılardır.



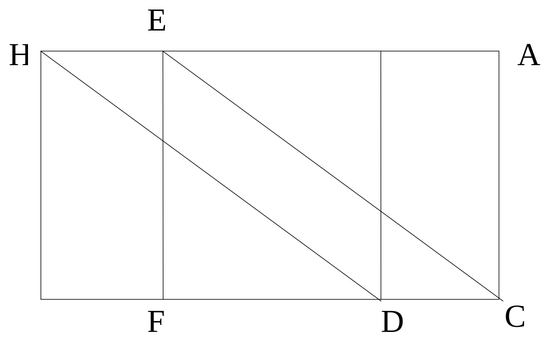
M.D: $\overline{\text{ABCD}}$ gibi bir paralel kenarın karşılıklı kenarları ve açıları birbirine eşittir ve $\overline{\text{AD}}$ gibi bir köşegen onu ikiye böler. Çünkü $\overline{\text{ADB}}$ açısı, iç ters açısı olan $\overline{\text{DAC}}$ açısına eşittir. Aynı şekilde $\overline{\text{ADC}}$ açısı da $\overline{\text{BAD}}$ açısına eşittir. Ve $\overline{\text{AD}}$ tabanı ortaktır. Geri kalan simetrik açılar ve kenarlar karşılıklıdır ve eşittir. Böylece iki üçgen birbirine eşittir ve köşegen paralel kenarı ikiye böler.



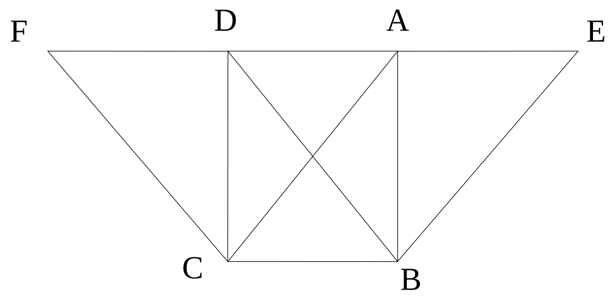
M.E: Eğer iki paralel kenarın, $\overline{\text{AD}}$ ve $\overline{\text{CF}}$ gibi, tabanları aynıysa, $\overline{\text{CD}}$ gibi, ve birbirine paralel olan aynı iki doğrunun arasında bulunuyorlarsa, $\overline{\text{CD}}$ ve $\overline{\text{AF}}$ gibi, bu iki paralel kenar(ın alanı) birbirine eşittir. Çünkü $\overline{\text{AC}}$, $\overline{\text{BD}}$ birbirine eşit iki paralel doğrunun arasındadırlar ve birbirlerine paraleldirler. $\overline{\text{AB}}$ ve $\overline{\text{CD}}$, yani $\overline{\text{EF}}$ de aynı şekildedir ve $\overline{\text{BE}}$ ortaktır. $\overline{\text{EA}}$, $\overline{\text{AC}}$ kenarları da $\overline{\text{FB}}$, $\overline{\text{BD}}$ kenarlarına eşittir. Ayrıca $\overline{\text{FBD}}$ dış açısı, $\overline{\text{EAC}}$ iç açısı gibidir ve ikisi eşittir. Böylece bu iki üçgen birbirine eşit olur. Sonra her birinden, $\overline{\text{BEH}}$ üçgenini çıkarırız ve geriye birbirine eşit iki yamuk kalır. Ve bu ikisine tamamlamak için $\overline{\text{CHD}}$ üçgenini ekleriz ve ikisi yine eşit olur. Böylece $\overline{\text{ABCD}}$ paralel kenarı, $\overline{\text{FECD}}$ paralel kenarına eşit olur.



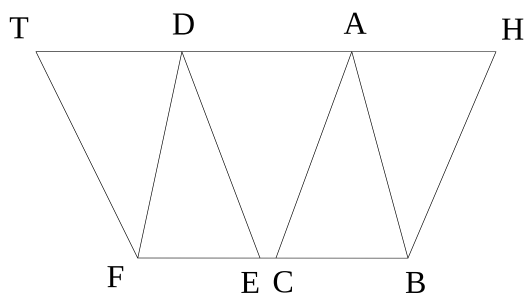
M.V: Aynı şekilde eğer tabanları birbirine eşit ise ve aynı iki paralel doğrunun arasındalar ise birbirlerine eşit olurlar, $\overline{\text{AD}}$ ve $\overline{\text{FH}}$ yüzeyleri gibi. $\overline{\text{CE}}$ ve $\overline{\text{DH}}$ doğrularını çizeriz ve $\overline{\text{AD}}$, $\overline{\text{FH}}$ yüzeylerinden her biri $\overline{\text{CH}}$ yüzeyine eşit olur, böylece birbirlerine de eşit olurlar.



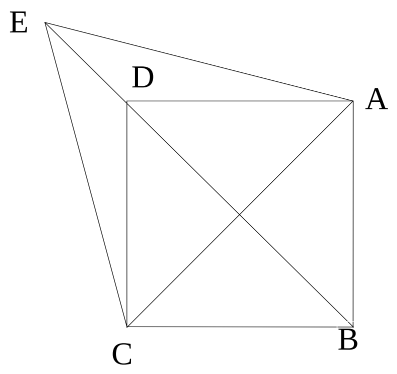
M.F: Aynı şekilde, aynı taban üzerindeki ve aynı iki paralel doğrunun arasındaki üçgenler de birbirine eşit olur, $\overline{BC}$ tabanı üzerindeki ve $\overline{BC}$, $\overline{EF}$ paralel doğruları arasındaki $\overline{ABC}$, $\overline{DBC}$ üçgenleri gibi. $\overline{AE}$ ve $\overline{DF}$ doğrularının her birini $\overline{BC}$'ye eşit olacak şekilde alırız ve $\overline{EB}$ ve $\overline{CF}$ doğrularını da çizeriz. Böylece $\overline{EC}$ ve $\overline{BF}$ düzlemleri eşit birer paralel kenar olur. Üçgenlerden her biri, birbirine eşit olan paralel kenarlardan her birinin yarısına eşittir, ikiye bölen köşegenler sebebiyle. Bundan dolayı üçgenler birbirine eşittir.



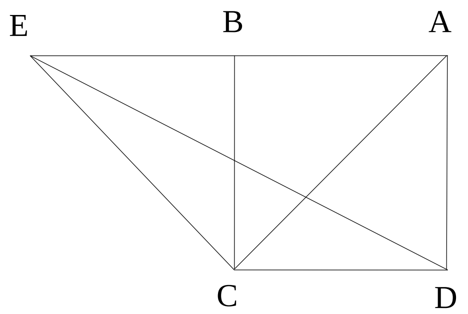
M.H: Aynı şekilde, eğer iki üçgenin tabanları eşitse, düzlemleri yine paralel kenar olacak şekilde tamamlarız. Üçgenler paralel kenarları ikiye böler ve birbirine eşit olur.



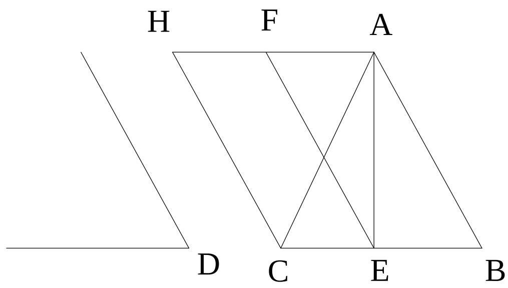
M.T: Eğer iki üçgen aynı taban üzerindeyse ve birbirine eşitse aynı paralel iki doğru arasındadırlar. Olmadıklarını varsayalım ve $\overline{BC}$'nin $\overline{AD}$'ye değil de $\overline{AE}$'ye paralel olduğunu düşünelim. Sonra $\overline{DE}$'yi çizelim. $\overline{ABC}$, $\overline{BEC}$'ye eşit olur ve böylece $\overline{BEC}$, $\overline{CBD}$'ye eşit olmuş olur. Ancak bütün parçaya eşit olur ki bu çelişkidir.



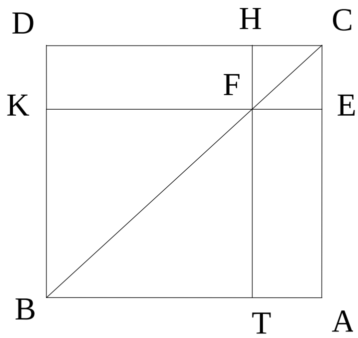
N: Eğer bir paralel kenar ve bir üçgen aynı taban üzerinde ise üçgenin alanı paralel kenarın alanının yarısı kadardır. Çünkü bir düzlemin köşegeni, $\overline{AC}$ gibi, bu kurala aynı şekilde uyan iki üçgen oluşturur ve bu üçgenler verilen üçgene eşittir. O da düzlemin yarısına eşit olur.



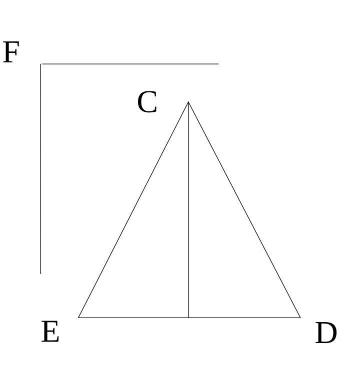
N.A: Alanı, verilen bir üçgene eşit olan ve bir açısı, verilen bir açıya eşit olan bir paralel kenar yapmak istiyoruz. Üçgen $\overline{ABC}$ üçgeni ve açı $\overline{D}$ açısı olsun. $\overline{A}$ noktasından geçen, $\overline{BC}$ doğrusuna paralel olan ve sonsuza uzanan $\overline{AH}$ doğrusunu çizeriz. Sonra $\overline{BC}$ doğrusunu $\overline{E}$ noktasından ikiye böleriz ve $\overline{E}$ noktası üzerinde, $\overline{D}$ açısına eşit $\overline{CEF}$ açısını oluştururuz. $\overline{EF}$ doğrusu $\overline{AH}$ doğrusunu $\overline{F}$ noktasında keser. Böylece $\overline{FC}$ paralel kenarını tamamlamış oluruz ki istenen budur. $\overline{AE}$ doğrusunu çizeriz ve $\overline{AEC}$ üçgeni hem $\overline{EH}$ düzleminin hem de $\overline{ABC}$ üçgeninin yarısına eşit olur. Çünkü $\overline{ABE}$ ve $\overline{AEC}$ üçgenlerinin tabanları birbirine eşittir ve aynı iki paralel doğru arasında bulunurlar. Bundan dolayı eşittirler. Böylece $\overline{EH}$ düzlemi, $\overline{ABC}$ üçgenine ve $\overline{E}$ açısı da $\overline{D}$ açısına eşit olmuş olur.

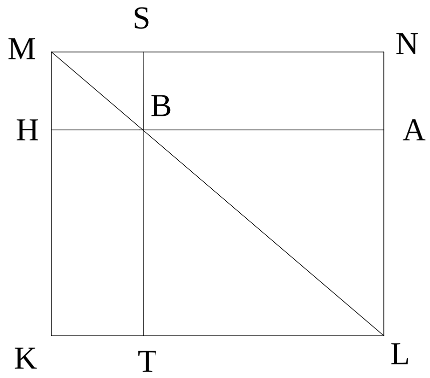


N.B: Bir paralel kenarda, $\overline{ABCD}$ gibi, köşegenin iki tarafında, kenarlara paralel iki doğrunun köşegen üzerinde kesişmesiyle iki paralel kenar oluşur ve bunlar birbirine eşittir. $\overline{BC}$ köşegen olsun ve $\overline{EK}$, $\overline{HT}$ doğruları onun üzerindeki $\overline{F}$ noktasından kesişsin. Burada $\overline{AF}$, $\overline{FD}$ birbirine eşittir. Çünkü bir paralel kenarda bulunan iki üçgenin birbirine eşit olduğunu biliyoruz. Ve eğer $\overline{BAC}$ üçgeninden $\overline{CEF}$, $\overline{FTB}$ üçgenlerini, $\overline{CDB}$ üçgeninden de $\overline{CFH}$, $\overline{FKB}$ üçgenlerini çıkarırsak, geriye eşit olan tümleyenler kalır.

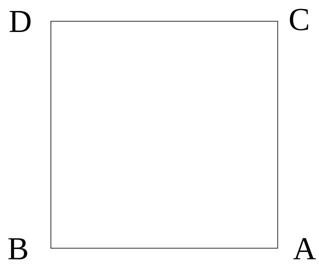


N.C: Verilen bir doğru üzerinde, $\overline{AB}$ gibi, alanı, verilen $\overline{CDE}$ üçgenine eşit ve bir açısı $\overline{F}$ açısına eşit olan bir paralel kenar yapmak istiyoruz. $\overline{AB}$ doğrultusunda, $\overline{DE}$ doğrusunun yarısına eşit olacak şekilde $\overline{BH}$ doğrusunu çizeriz. Onun üzerinde, alanı $\overline{CDE}$'ye ve $\overline{B}$ açısı $\overline{F}$ açısına eşit olan bir paralel kenar çizeriz ki o $\overline{BTKH}$ düzlemidir. Sonra $\overline{ABH}$'ye eşit ve paralel olacak şekilde $\overline{KTL}$ doğrusunu uzatırız ve $\overline{AHLK}$ düzlemini tamamlarız. $\overline{K}$ açısı ile $\overline{KTB}$ dış açısının toplamı $\overline{KLB}$ açısından büyük olduğu için, $\overline{K}$ ve $\overline{KLB}$ açıları da iki dik açıdan küçük olduğu için, $\overline{KH}$ ve $\overline{LB}$ doğruları kesişir, bu $\overline{M}$ noktasında olur. $\overline{KMNL}$ düzlemini tamamlarız. Sonra $\overline{TB}$ doğrusunu $\overline{S}$ noktasına kadar uzatırız ve $\overline{AS}$ ile $\overline{TH}$ tümleyen olduklarından birbirine eşit olur. $\overline{AS}$ de $\overline{CDE}$'ye eşit olur. $\overline{ABS}$ açısı da $\overline{TBH}$ açısına, yani $\overline{F}$ açısına eşit olur.

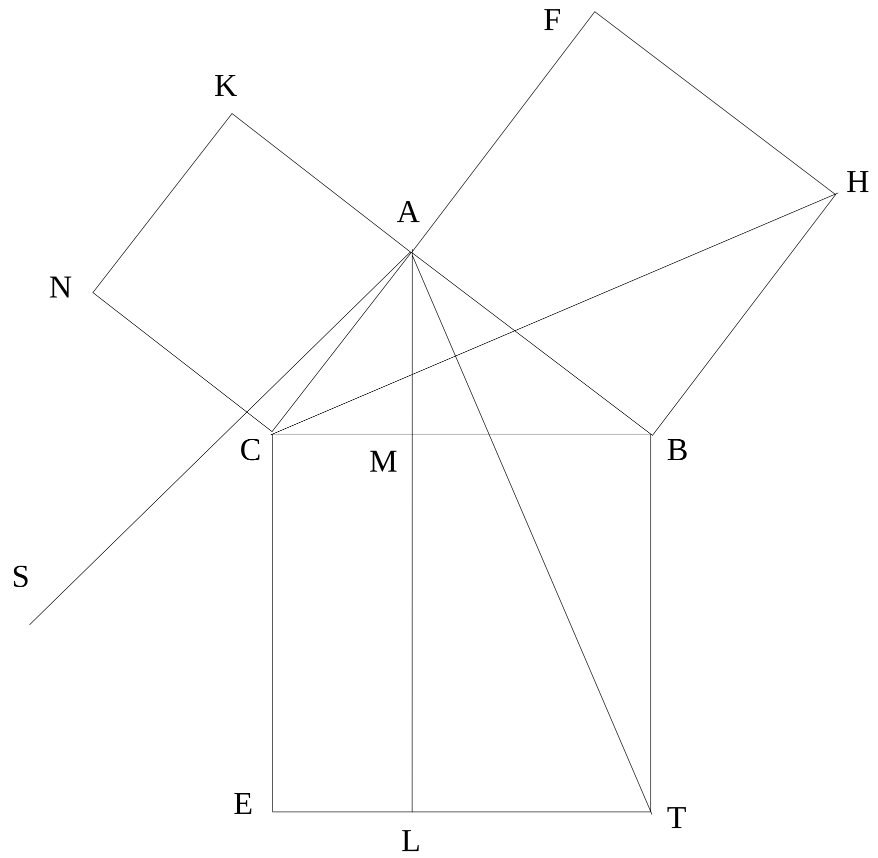




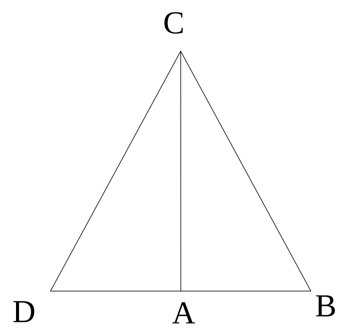
N.D: $\overline{AB}$ doğrusu üzerinde bir kare yapmak istiyoruz ki onun tüm açıları dik açıdır ve tüm kenar uzunlukları birbirine eşittir. $\overline{AB}$’nin üzerinde, ona dik ve eşit olan $\overline{CA}$ doğrusunu çizeriz. Sonra, $\overline{AB}$’ye paralel ve eşit olan $\overline{CD}$ doğrusunu çizeriz. Daha sonra $\overline{DB}$ doğrusunu çizeriz. Yapmak istediğimizi yapmış olduk. Çünkü $\overline{AB}$ ve $\overline{CD}$ birbirine eşit ve paraleldir. Bu ikisi arasındaki $\overline{AC}$, $\overline{BD}$ doğruları da birbirine eşittir. Aynı zamanda $\overline{AC}$, $\overline{AB}$’ye eşittir ve $\overline{BD}$ de $\overline{AB}$’ye eşittir. $\overline{A}$ açısı dik açıdır, $\overline{C}$ açısı ile bütün taraflardaki geri kalan açılar da dik açıdır.



N.E: Bir dik üçgende dik açının karşısındaki kenarın karesi, $\overline{BC}$’nin karesi gibi, geri kalan kenarların karesinin toplamına, yani $\overline{AC}$’nin karesi ve $\overline{AB}$’nin karesinin toplamına eşittir. Üç tane kare çizelim, $\overline{BTCE}$, $\overline{BCFA}$ ve $\overline{ACKN}$. Sonra $\overline{BT}$’ye paralel olacak şekilde $\overline{AML}$’yi çizelim, ki o $\overline{BC}$’yi keser. Çünkü eğer $\overline{BC}$’nin dışında kalacak olsa $\overline{AS}$ doğrusu gibi, $\overline{BA}$ doğrusu birbirine paralel $\overline{AS}$ ve $\overline{BT}$ doğruları arasında kalmış olur. Ancak $\overline{TBA}$ ve $\overline{SAB}$ açılarından her biri dik açıdan büyük olur. Bu çelişkidir. Sonra $\overline{CH}$ ve $\overline{TA}$ doğrularını çizelim. $\overline{FAB}$ ve $\overline{BAC}$ açıları iki dik açıya eşit olduğundan ve $\overline{FC}$ doğrusu $\overline{BH}$’ye paralel olduğundan $\overline{ABFH}$ karesi $\overline{CBH}$’nin iki katı olur, ki o da $\overline{ABT}$’ye eşittir. $\overline{CBH}$ açısı da, yani $\overline{HBA}$ dik açısı ve $\overline{ABC}$ ortak açı, $\overline{ABT}$ açısına, yani $\overline{TBC}$ dik açısı artı $\overline{ABC}$ açısı, eşittir. $\overline{BTLM}$ düzlemi de aynı şekilde $\overline{CBH}$’nin, yani $\overline{TBA}$’nın iki katıdır. $\overline{BTLM}$ ve $\overline{ABHF}$ düzlemleri de eşittir. Böylece $\overline{ACNK}$ ve $\overline{MLEC}$ düzlemleri de birbirine eşit olur. Ve iki karenin toplamı $\overline{BTCE}$’ye, üçüncü kareye eşit olur.



Tersinden düşünecek olursak, iki kenarın karelerinin toplamı üçüncü kenarın karesine eşitse aralarındaki açı dik açıdır. $\overline{\mathrm{AD}}$'yi $\overline{\mathrm{AC}}$'ye dik olacak ve $\overline{\mathrm{AB}}$'ye eşit olacak şekilde çizeriz. Sonra $\overline{\mathrm{CD}}$'yi çizeriz. $\overline{\mathrm{CA}}$'nın karesi ve $\overline{\mathrm{AB}}$'nin karesinin toplamı $\overline{\mathrm{CD}}$'nin karesine eşit olur. $\overline{\mathrm{CD}}$, $\overline{\mathrm{CB}}$'ye, böylece üçgenler birbirine eşit olur. $\overline{\mathrm{A}}$ açıları da birbirine eşit olduğundan $\overline{\mathrm{CAB}}$ açısı dik açı olur. Çünkü $\overline{\mathrm{DAC}}$ açısı dik açıdır. Göstermek istediğimiz şey budur.



Birinci makalenin sonu.

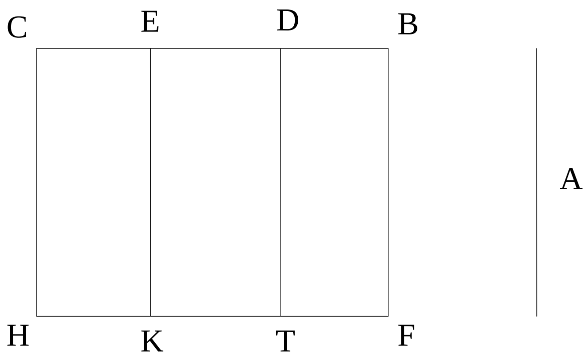
3.4.2 Euclides'ten İkinci Makale

Bismillahirrahmanirrahim

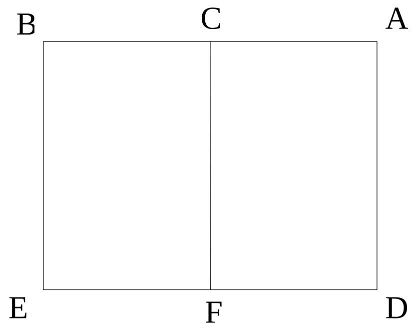
Kare ve tüm dik açılı düzlemler, her ikisinin arasındaki açı dik açı olan birbirine komşu doğrularla çevrelenirler. Ve iki komşu doğrudan birinin diğeriyle çarpımı düzlemin alanını verir. Köşegenin iki tarafında bulunan tümleyen düzlemler ile köşegenin ikiye böldüğü düzlemlerden birinin toplamına gnomon denir.

A: $\overline{BC}$ doğrusu rastgele belirlenen $\overline{D}$ ve $\overline{E}$ noktalarından bölündüğünde, $\overline{A}$ doğrusunun tüm $\overline{BC}$ ile çarpımından elde edilen sonuç, $\overline{BC}$'nin parçalarıyla tek tek çarpılıp çıkanların toplanmasıyla elde edilen sonuca eşit olur.

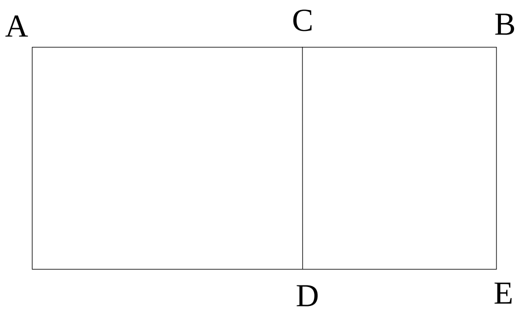
İspatı: $\overline{A}$ doğrusuna eşit olacak şekilde $\overline{BF}$ dikini çizeriz ve $\overline{BCHF}$ dik açılı paralel kenarını tamamlarız. Sonra $\overline{BF}$'ye paralel olacak şekilde $\overline{DT}$ ve $\overline{EK}$ doğrularını çizeriz. $\overline{BF}$'nin, yani $\overline{A}$'nın, $\overline{BD}$ ile çarpımı $\overline{BT}$'dir. Ve $\overline{DT}$'nin, yani $\overline{BF}$'nin, aynı zamanda $\overline{A}$'nın $\overline{DE}$'yle çarpımı $\overline{DK}$'dir. Aynı şekilde $\overline{EK}$'nin, yani $\overline{A}$'nın, $\overline{EC}$'yle çarpımı $\overline{EH}$'dir. Ve bunların hepsinin toplamı $\overline{BH}$'ye, $\overline{BF}$'nin, yani $\overline{A}$'nın, $\overline{BC}$ ile çarpımına eşit olur.



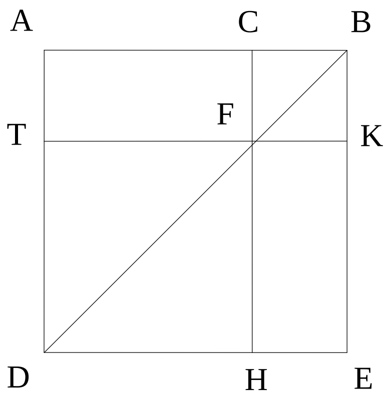
B: $\overline{AB}$ rastgele bir $\overline{C}$ noktasından bölünür. $\overline{AB}$'nin, tüm parçalarıyla çarpımlarının toplamı, $\overline{AB}$'nin kendisiyle çarpımına eşittir. $\overline{AB}$ üzerinde $\overline{ABED}$ karesini çizeriz ve $\overline{CF}$'yi $\overline{AD}$'ye paralel olacak şekilde uzatırız. $\overline{AF}$, $\overline{AD}$'nin yani $\overline{AB}$'nin $\overline{AC}$ ile çarpımından, $\overline{CE}$ de $\overline{CF}$'nin yani $\overline{AB}$'nin $\overline{CB}$ ile çarpımından oluşur ki toplamları $\overline{AB}$'nin kendisiyle çarpımına eşittir.



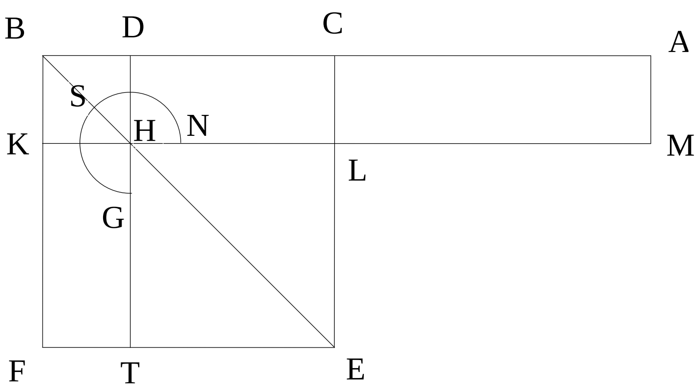
C: $\overline{AB}$, $\bar{C}$ noktasından iki parçaya ayrılsın ve $\overline{AB}$'nin parçalardan bir tanesiyle çarpımı, bu $\overline{CB}$ parçası olsun, yani $\overline{AB}$'nin $\overline{CB}$'ye eşit olan $\overline{BE}$'yle çarpımı, $\overline{AC}$'nin $\overline{CB}$ ile çarpımı ve $\overline{AB}$ ile çarpılan parça olan $\overline{CB}$'nin kendisiyle çarpımına eşittir. Çünkü $\overline{DB}$, $\overline{CD}$'nin, yani $\overline{BE}$'nin, yani $\overline{CB}$'nin kendisiyle çarpımından oluşur ve $\overline{AD}$ de, $\overline{AC}$'nin $\overline{CD}$ ile yani $\overline{CB}$ ile çarpımından oluşur.



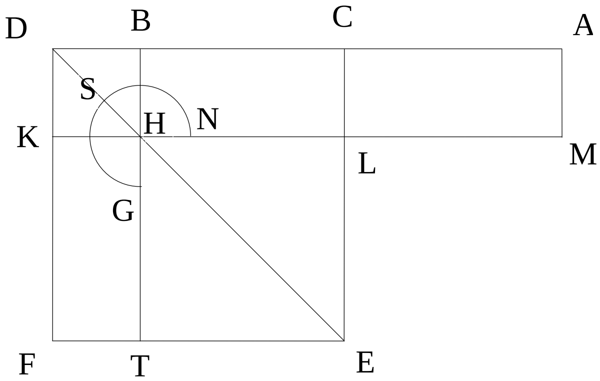
D: $\overline{AB}$, $\bar{C}$ noktasından bölünmüş olsun. $\overline{AB}$'nin karesi; $\overline{AC}$'nin karesi, $\overline{CB}$'nin karesi ve $\overline{AC}$'nin $\overline{CB}$ ile çarpımının iki katına eşittir. $\overline{AB}$ üzerinde $\overline{ABDE}$ karesini yapalım ve $\overline{BD}$ köşegenini çizelim. $\overline{CH}$ doğrusu, $\overline{AD}$ doğrusuna paralel olur ve köşegeni $\bar{F}$ noktasından keser, $\overline{TFK}$ doğrusu da $\overline{AB}$ doğrusuna paralel olur. Ve $\bar{A}$ açısı dik açı olduğundan, düzlemde bulunan tüm açıların toplamı dört dik açıya eşit olur. Çünkü bazıları dış yöndeş açılardır ve bazıları da iki dik açıdan geriye kalan iç açılardır. $\overline{AB}$, $\overline{AD}$ kenarları ve $\overline{ABD}$, $\overline{ADB}$ açıları birbirine eşit olduğu için ve $\bar{A}$ açısı dik açı olduğu için, bu iki açıdan her biri, bir dik açının yarısına eşit olur. $\overline{CFB}$ açısı da bir dik açının yarısına eşit olmuş olur. Böylece diğer üçgenlerde de, $\overline{CF}$ $\overline{CB}$'ye, $\overline{TD}$ $\overline{TF}$'ye eşit olur. $\overline{KC}$ karesi, $\overline{CB}$'nin karesine eşit olur ve $\overline{TH}$ karesi de $\overline{TF}$'nin, yani $\overline{AC}$'nin karesine eşit olur. $\overline{AF}$, $\overline{FE}$ tümleyenleri de birbirine eşittir ve toplamları $\overline{AC}$ ile $\overline{CF}$'nin çarpımının iki katına eşittir. Sonuç olarak tüm bunların toplamı, $\overline{AE}$ karesine eşit olur.



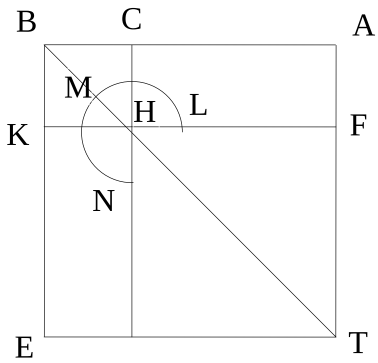
E: $\overline{AB}$ doğrusunu $\overline{C}$ noktasından iki eşit parçaya, $\overline{D}$ noktasından da eşit olmayan iki parçaya bölelim. Eşit olmayan parçalardan birinin diğeriyle, yani $\overline{AD}$'nin $\overline{DB}$'yle, çarpımı ile $\overline{CD}$'nin karesi, $\overline{CB}$'nin yarısının karesine eşit olur. $\overline{CB}$ üzerinde $\overline{CBFE}$ karesini yaparız. Sonra $\overline{DT}$ doğrusunu $\overline{CE}$ doğrusuna paralel olacak şekilde, köşegeni de onu $\overline{H}$ noktasında kesecek şekilde çizeriz. $\overline{KHL}$ doğrusunu da $\overline{AB}$'ye paralel olacak şekilde uzatırız. $\overline{A}$ noktasından $\overline{AM}$ dikini çizeriz ve şüphesiz bu diklik uzattığımız $\overline{KHL}$ doğrusu ile kesişir ki bu $\overline{M}$ noktasında olsun. $\overline{AL}$, $\overline{CK}$ düzlemleri eşit tabanlar üzerinde ve birbirine paralel iki doğru arasında bulunan paralel kenarlar oldukları için birbirlerine eşittirler. Aynı zamanda $\overline{CH}$ ve $\overline{HF}$ de birbirine eşittir. Ve bir gnomon olan $\overline{NSG}$'nin toplamı $\overline{AH}$'ye eşittir, ki o da $\overline{AD}$ çarpı $\overline{DB}$'dir. Onun üzerine $\overline{CD}$'nin karesi olan $\overline{LT}$'yi eklersek, tüm bunlar $\overline{CB}$'nin karesi olan $\overline{BE}$'ye eşit olur.



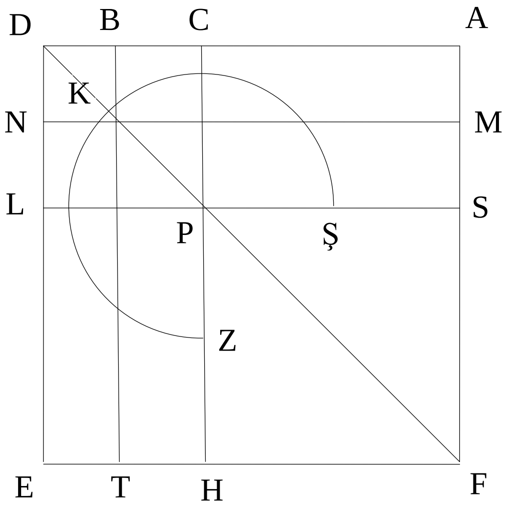
V: $\overline{AB}$ doğrusu $\overline{C}$ noktasından iki eşit parçaya ayrılmış olsun ve $\overline{BD}$ parçası uzunluğuna eklenmiş olsun. Bu durumda, $\overline{AD}$'nin tamamıyla eklenen parçanın çarpımı ve $\overline{AB}$'nin yarısının karesinin toplamı, $\overline{AB}$'nin yarısı ve eklenen parçanın karesinin toplamına eşittir. $\overline{CD}$ üzerinde, içindeki doğrular da olmak üzere daha önce yaptığımız gibi bir kare çizeriz. $\overline{NSG}$'nin $\overline{AK}$'ye eşit olduğunu biliyoruz ki o $\overline{AD}$ çarpı $\overline{DK}$'ye, yani $\overline{BD}$'ye, eşittir. Ve $\overline{LT}$'de $\overline{CB}$'nin karesine eşittir. Tüm bunların toplamı olan $\overline{CF}$ ise $\overline{CD}$'nin karesine eşittir.



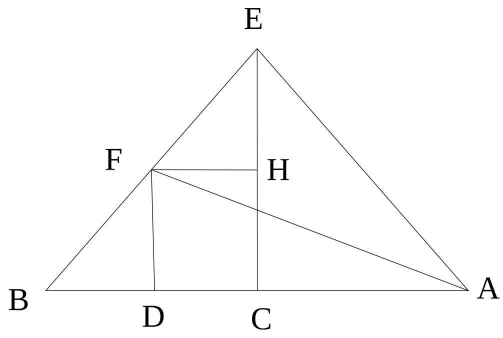
F: $\overline{AB}$, $\bar{C}$ noktasından bölünmüş olsun. Onun parçalardan biriyle, $\overline{CB}$ parçası olsun, çarpımının iki katı ve $\overline{AC}$'nin karesi, $\overline{AB}$'nin karesi ve $\overline{CB}$'nin karesine eşittir. Öğrenildiği gibi kare şekli tamamlanır. $\overline{AK}$, $\overline{AB}$'nin $\overline{CB}$ ile bir kere çarpılmasıyla oluşur ve $\overline{CE}$ ona eşittir. Ve $\overline{LMN}$ gnomonu $\overline{HT}$ ile birlikte- ($\overline{LMN}$) $\overline{AB}$ çarpı $\overline{BC}$'nin iki katı ve $\overline{HT}$, $\overline{AC}$'nin karesidir- ve o da $\overline{AB}$'nin karesi ve $\overline{CB}$'nin karesinin toplamına eşittir. Bu şekilde anlaşılması gereken şey, $\overline{CK}$ şeklinin iki kez elde edildiğidir, bir kez $\overline{AK}$ şeklinden ve bir kez $\overline{CB}$'nin karesinden.



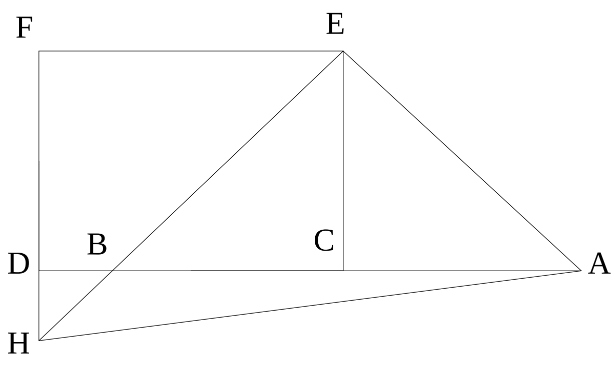
H: $\overline{AB}$, $\bar{C}$ noktasından bölünsün ve uzunluğuna $\overline{CB}$'ye eşit olan $\overline{BD}$ parçası eklensin. $\overline{AD}$'nin karesi, ilk doğrunun, yani $\overline{AB}$'nin, eklenen parçayla çarpımının dört katı ile uzun parçasının, yani $\overline{AC}$'nin, karesinin toplamına eşittir. $\overline{AD}$ üzerinde bir kare yaparız. Sonra $\overline{DF}$ köşegenini, $\overline{AF}$ ile paralel $\overline{HC}$, $\overline{BT}$ doğrularını ve köşegeni kesen, $\overline{AD}$ ile paralel olan $\overline{MN}$, $\overline{LS}$ doğrularını çizeriz. Açıktır ki $\overline{AP}$, $\overline{PE}$ tümleyenleri iki eşit parçaya ayrılır. Çünkü gnomonun parçası olan $\overline{HT}$, $\overline{TE}$ birbirini eşittir ve $\overline{AM}$, $\overline{MS}$ de aynı şekildedir. İki taraftaki her iki şekil de eşit tabanlar üzerinde ve paralel doğrular arasındadır. Ayrıca, $\overline{CL}$ şeklinde bulunan dört parça da birbirine eşittir ve her biri tümleyenlerden her birine eklenir. Tüm gnomon, yani $\overline{\text{ŞKZ}}$, dört adet $\overline{AB}$ çarpı $\overline{BC}$'nin toplamına eşittir ve gnomona $\overline{AC}$'nin karesi olan $\overline{SH}$'yi eklersek, tüm bunlar $\overline{AD}$'nin karesine eşit olur.



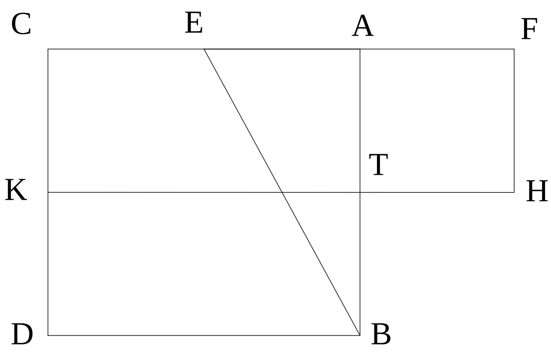
T: $\overline{AB}$ doğrusu, $\overline{C}$ noktasından iki eşit parçaya, $\overline{D}$ noktasından eşit olmayan iki parçaya ayrılmış olsun. Eşit olmayan parçalarının karesinin toplamı, $\overline{AB}$'nin yarısının karesinin iki katı ile ara parçanın ($\overline{CD}$) karesinin iki katının toplamına eşittir. $\overline{C}$ noktası üzerinde bir diklik çizeriz. Ondan $\overline{AC}$'ye eşit olan $\overline{CE}$ parçasını ayırırız ve $\overline{CE}$'ye paralel olan $\overline{DF}$'yi çizeriz ki o $\overline{BE}$'yi keser. Çünkü $\overline{BE}$ bu iki doğruyla iki dik açıdan az olacak bir açı yapar. Aynı zamanda $\overline{BE}$'yi $\overline{E}$ noktasından daha aşağıda bir yerde keser. Çünkü eğer $\overline{E}$ noktasının dışında bir yerde keserse, paralel olduğu $\overline{CE}$ doğrusunu kesmiş olur. $\overline{FH}$ de $\overline{AB}$ doğrusuna paraleldir. Sonra $\overline{AF}$'yi çizeriz. $\overline{AE}$ ve $\overline{EB}$ birbirine eşit olduğundan, tüm üçgenler ikiz kenar üçgen olur. Ve $\overline{C}$ açıları birbirine, $\overline{A}$ ve $\overline{B}$ açıları da birbirine eşittir. Aynı şekilde $\overline{A}$ ve $\overline{AEC}$ açıları da birbirine eşittir ve her biri bir dik açının yarısı kadardır. $\overline{EBC}$ ve $\overline{BEC}$ açıları da aynı şekildedir. $\overline{E}$ açısı da dik açıdır. $\overline{EH}$ ve $\overline{HF}$ kenarları da birbirine eşittir. $\overline{FD}$, $\overline{DB}$ kenarları da aynı şekilde eşittir. $\overline{AC}$'nin karesi ile $\overline{CE}$'nin karesinin toplamı, yani $\overline{AC}$'nin karesinin iki katı, $\overline{AE}$'nin karesine eşittir. Ve $\overline{EH}$ ile $\overline{HF}$'nin karesi, yani $\overline{HF}$'nin karesinin-ki o da ara parça olan $\overline{CD}$'nin karesidir-iki katı, $\overline{EF}$'nin karesine eşittir. Ve $\overline{AE}$ ve $\overline{EF}$'nin karelerinin toplamı, yani $\overline{AC}$'nin karesinin iki katı, $\overline{CD}$'nin karesinin iki katı, $\overline{AF}$'nin karesidir ki o da $\overline{AD}$'nin karesi ile $\overline{FD}$'nin, yani $\overline{DB}$'nin karesine eşittir.



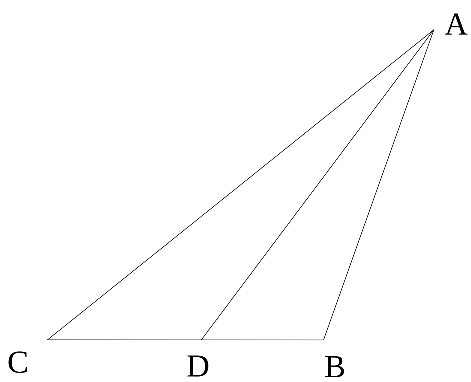
Y: $\overline{AB}$ doğrusu, $\overline{C}$ noktasından iki eşit parçaya ayrılmış ve uzunluğu $\overline{BD}$ kadar artırılmış olsun. $\overline{AD}$ ve $\overline{BD}$'nin karelerinin toplamı, $\overline{CD}$'nin karesinin iki katı ile $\overline{AC}$'nin karesinin iki katının toplamına eşittir. $\overline{AC}$'ye eşit olacak şekilde, $\overline{C}$ noktasına $\overline{CE}$ dikini çizeriz ve $\overline{EB}$, $\overline{EA}$ doğrularını birleştiririz. Sonra $\overline{E}$ noktasından $\overline{D}$ noktasına doğru $\overline{CD}$'ye paralel olacak bir doğru çizeriz ve $\overline{D}$ noktasından, $\overline{CE}$'ye paralel olacak bir diklik çizeriz. Şüphesiz bu iki doğru kesişir, bu $\overline{F}$ noktasında olsun. $\overline{F}$ açısı dik açıdır, çünkü $\overline{ECA}$ açısıyla yöndeş açılardır. $\overline{FEB}$ açısı dik açıdan daha küçüktür ve $\overline{EFD}$ açısı dik açıdır. $\overline{EB}$ ve $\overline{FD}$ doğruları kesişirler, bu $\overline{H}$ noktasında olsun. Sonra $\overline{AH}$ doğrusunu çizelim. $\overline{EBC}$ açısı daha önce belirtildiği gibi bir dik açının yarısı kadardır, yani $\overline{DBH}$ açısı da. $\overline{BDH}$, $\overline{F}$ dik açısı ile yöndeştir ve $\overline{DHB}$ açısına bir dik açının yarısı kalır. Böylece $\overline{DH}$, $\overline{DB}$ kenarları eşit olur. $\overline{FD}$, $\overline{EC}$'ye, yani $\overline{CB}$'ye eşittir. Ve $\overline{FH}$, $\overline{CD}$'ye, yani $\overline{EF}$'ye eşittir. Ve $\overline{AE}$'nin karesi-ki o $\overline{AC}$'nin karesinin iki katıdır- ve $\overline{EH}$'nin karesi- ki o $\overline{CD}$'nin karesinin iki katıdır-, $\overline{AH}$'nin karesine eşittir. Çünkü $\overline{AEH}$ dik açıdır. $\overline{AH}$'nin karesi aynı zamanda, $\overline{AD}$'nin karesi ve $\overline{DH}$'nin, yani $\overline{BD}$'nin, karesine eşittir.



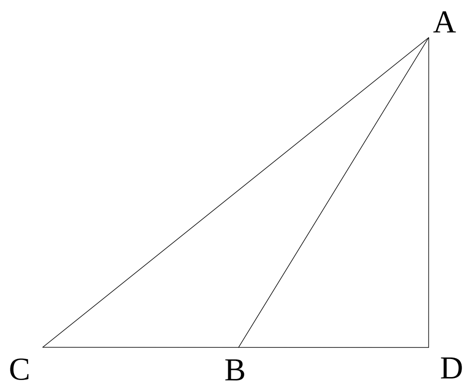
Y.A: $\overline{AB}$'yi, kendisinin bir parçayla çarpımı, diğer parçanın karesine eşit olacak şekilde iki parçaya bölmek istiyoruz. $\overline{AB}$ üzerinde $\overline{ABCD}$ karesini yaparız ve $\overline{AC}$'yi $\overline{E}$ noktasından ikiye böleriz. Sonra $\overline{EB}$'yi çizeriz ve $\overline{EF}$'yi $\overline{EB}$'ye eşit olacak şekilde uzatırız. $\overline{AF}$ üzerinde $\overline{AFHT}$ karesini çizeriz ve $\overline{T}$ noktası $\overline{AB}$ üzerinde bir yerde olur. Çünkü $\overline{EF}$, yani $\overline{EB}$, $\overline{EA}$ ve $\overline{AB}$'nin toplamından küçüktür. $\overline{AE}$'yi çıkarırsak geriye $\overline{AB}$'den küçük $\overline{AF}$, yani $\overline{AT}$, kalır. Böylece $\overline{AB}$'yi $\overline{T}$ noktasından bölmüş oluruz. $\overline{HT}$'yi $\overline{AC}$'ye paralel olacak şekilde $\overline{K}$ noktasına kadar uzatırız. $\overline{CA}$'yi ikiye bölüp, $\overline{AF}$ kadar uzatmıştık. $\overline{CF}$ çarpı $\overline{FA}$ ile $\overline{EA}$'nın karesinin toplamı, $\overline{EF}$'nin karesine, yani $\overline{EB}$'nin karesine, yani $\overline{AE}$'nin karesi ve $\overline{AB}$'nin karesinin toplamına eşittir. Her ikisinden de ortak olan $\overline{EA}$'nın karesini çıkarırsak, geriye kalan $\overline{FK}$ ve $\overline{AD}$ eşit olur. Bunlardan da ortak olan $\overline{AK}$'yi çıkarırsak, geriye kalan $\overline{FT}$ -ki o $\overline{AT}$'nin karesine eşittir-, $\overline{TD}$'ye eşit olur ki o da $\overline{TK}$, yani $\overline{AC}$, yani $\overline{AB}$ çarpı $\overline{BT}$'dir.



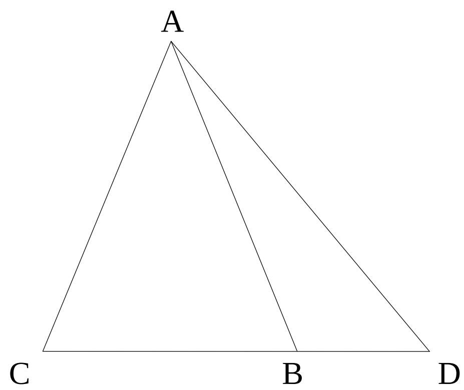
Y.B: Geniş açılı bir üçgende, eğer geniş açının iki tarafındaki kenarlardan birine dik çizmek istersek, bu diklik üçgenin dışında kalır. Kalmadığını varsayalım ve geniş açısı $\overline{B}$ açısı olan $\overline{ABC}$ üçgeninde, $\overline{A}$ noktasından, $\overline{B}$ ve $\overline{C}$ noktaları arasında kalan $\overline{D}$ noktasına bir dik çizelim. Bu durumda bir dik açı olan $\overline{ADC}$ dış açısı, bir geniş açı olan $\overline{ABD}$ iç açısından büyük olur. Bu çelişkidir.



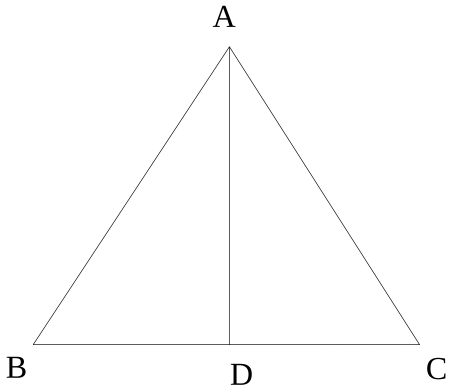
Y.C: $\overline{ABC}$ gibi geniş açılı bir üçgende, geniş açının karşısında olan kenarın karesi, diğer iki kenarın kareleri toplamından, bir kenarın, diklikle arasında kalan parça ile çarpımının iki katı kadar büyüktür ($\overline{\mathrm{BC}}$ kenarının, $\overline{\mathrm{AD}}$ diki ile arasında kalan $\overline{\mathrm{BD}}$ parçası gibi). Çünkü $\overline{\mathrm{AC}}$, $\overline{\mathrm{AD}}$'nin karesi ve $\overline{\mathrm{DC}}$'nin karesinin toplamına eşittir. Ve $\overline{\mathrm{DC}}$'nin karesi, $\overline{\mathrm{DB}}$'nin karesi, $\overline{\mathrm{BC}}$'nin karesi ve $\overline{\mathrm{DB}}$ çarpı $\overline{\mathrm{BC}}$'nin iki katının toplamına eşittir. $\overline{\mathrm{AD}}$ ve $\overline{\mathrm{DB}}$'nin kareleri yerine $\overline{\mathrm{AB}}$'nin karesini koyarsak, geriye $\overline{\mathrm{BC}}$ çarpı $\overline{\mathrm{BD}}$'nin iki katı ile $\overline{\mathrm{AB}}$'nin karesi ve $\overline{\mathrm{BC}}$'nin karesi kalır.



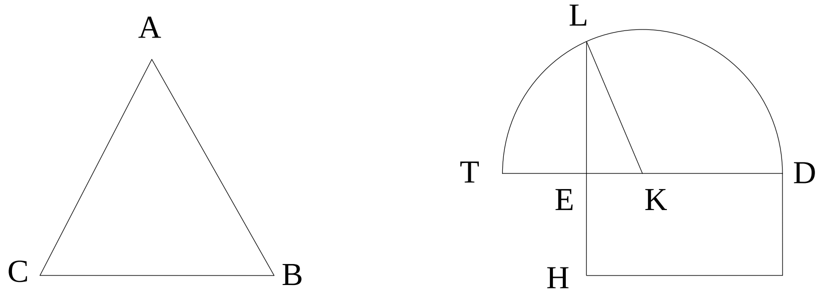
Y.D: Dar açılı bir üçgende, tüm açılardan karşılarındaki kenarlara çizilen diklikler, üçgenin içinde kalır. Kalmadığını varsayalım, $\overline{\mathrm{AD}}$ gibi, ve $\overline{\mathrm{ABD}}$ üçgeninin dış açısı olan $\overline{\mathrm{ABC}}$ dar açısı, iç açı olan $\overline{\mathrm{D}}$ dik açısından daha büyük olur. Bu çelişkidir.



Y.E: $\overline{\mathrm{ABC}}$ gibi dar açılı bir üçgende, kenarlardan birinin karesi, $\overline{\mathrm{AC}}$ kenarı olsun, diğer iki kenarın karesinden, bu kenarlardan birinin, $\overline{\mathrm{CB}}$ kenarı olsun, diklikle açı arasında kalan parçayla, $\overline{\mathrm{BD}}$ parçası olsun, çarpımının iki katı kadar azdır. Çünkü $\overline{\mathrm{BC}}$'nin karesi ile $\overline{\mathrm{BD}}$'nin karesinin toplamı, $\overline{\mathrm{CB}}$ çarpı $\overline{\mathrm{BD}}$'nin iki katı ile $\overline{\mathrm{CD}}$'nin karesinin toplamına eşittir. Ve eğer $\overline{\mathrm{CB}}$'nin karesi ve $\overline{\mathrm{BD}}$'nin karesine $\overline{\mathrm{AD}}$'nin karesini eklersek, bu ifadenin tamamı $\overline{\mathrm{CB}}$'nin karesi ve $\overline{\mathrm{AB}}$'nin karesinin toplamına eşit olur. $\overline{\mathrm{AD}}$'nin karesi ve $\overline{\mathrm{DC}}$'nin karesi $\overline{\mathrm{AC}}$'nin karesine eşittir. Geriye kalan $\overline{CB}$ çarpı $\overline{BD}$’nin iki katı artı $\overline{AC}$’nin karesi, $\overline{BC}$’nin karesi ile $\overline{BA}$’nın karesine eşit olur.



Y.V: Alanı, $\overline{ABC}$ üçgeninin alanına eşit bir kare yapmak istiyoruz. Önce bu üçgene eşit dik açılı bir paralel kenar(dikdörtgen) çizeriz, $\overline{DH}$ düzlemi olsun, ve bir kenarını, $\overline{DE}$ olsun, $\overline{T}$ noktasına uzatırız. $\overline{ET}$’yi $\overline{EH}$’ye eşit yaparız. Sonra $\overline{DT}$’yi $\overline{K}$ noktasından iki eşit parçaya böleriz ve $\overline{DK}$ yarıçapı üzerinde $\overline{DLT}$ yarım dairesini çizeriz. $\overline{HEL}$ doğrusunu uzatırız ve böylece $\overline{DT}$ doğrusu, hem eşit hem eşit olmayan iki parçaya bölünmüş olur. Ve $\overline{DE}$ çarpı $\overline{ET}$, yani $\overline{DH}$ düzlemi, ile $\overline{EK}$’nin karesi, $\overline{KT}$’nin karesine, yani $\overline{KL}$’nin karesine, yani $\overline{KE}$’nin karesi ve $\overline{LE}$’nin karesine eşittir. $\overline{KE}$’nin karesini çıkarırsak, $\overline{LE}$’nin karesi $\overline{DH}$ düzlemine, yani $\overline{ABC}$ üçgenine eşit olur, $\overline{LE}$ üzerine bir kare çizebiliriz. Bu şekilden öğrenmen gereken, kare olmayan bir dik açılı paralel kenara, $\overline{DH}$ gibi, eşit bir kare çizebileceğindir.



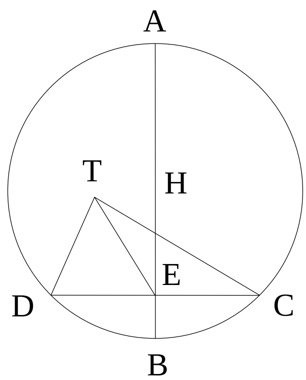
Euclides’ten ikinci makalenin sonu.

2.4.3 Euclides’ten Üçüncü Makale

Bismillahirrahmanirrahim

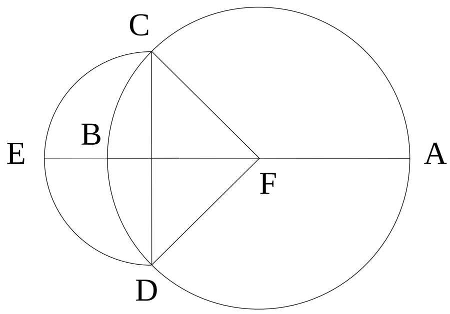
Eşit daireler, çapları ve yarıçapları birbirine eşit olan dairelerdir. Teğet doğrusu, daireye bir noktada değen ve daireyi kesmeden düz bir doğrultuda ilerleyen çizgidir. Teğet daireler, birbirlerini kesmeden temas eden dairelerdir. Eşit kirişler, merkezden indirilen diklikleri birbirine eşit olan kirişlerdir. Merkeze uzak olan kirişin dikliği daha uzundur, bunun tersi de geçerlidir. Bir daire parçasının açısı bir doğru ve bir yayla sınırlanır. Çember üzerindeki çevre açı da kirişin iki ucundan gelen ve çemberin üzerinde bir noktada birleşen iki doğrudan oluşur. Daire dilimi, merkezden çevreye giden iki doğru ve bu doğrular arasında kalan yaydan oluşur. Açıları eşit olan daire dilimleri benzer daire dilimleridir.

A: $\overline{\mathrm{AB}}$ dairesinin merkezini bulmak istiyoruz. Rastgele bir $\overline{\mathrm{CD}}$ kirişi çizelim ve $\overline{\mathrm{CD}}$’yi $\overline{\mathrm{E}}$ noktasından ikiye bölelim. Sonra $\overline{\mathrm{E}}$ noktasından, iki tarafa doğru çevreye kadar diklik çizelim, bu $\overline{\mathrm{BEA}}$’dır. Onu $\overline{\mathrm{H}}$ noktasından ikiye bölelim. $\overline{\mathrm{H}}$ noktası merkezdir. Olmadığını ve başka bir noktanın merkez olduğunu düşünelim. Ya $\overline{\mathrm{AB}}$ üzerinde bir nokta, ya da onun dışında bir nokta olur, $\overline{\mathrm{T}}$ noktası gibi. $\overline{\mathrm{AB}}$ üzerinde olması mümkün değildir. Olursa merkez $\overline{\mathrm{AB}}$’yi eşit olmayan iki parçaya bölmüş olur, bu imkansızdır. $\overline{\mathrm{T}}$ noktasında olması da mümkün değildir. Olduğunu varsayalım ve $\overline{\mathrm{TC}}$, $\overline{\mathrm{TE}}$ ve $\overline{\mathrm{TD}}$ doğrularını çizelim. $\overline{\mathrm{CTE}}$’nin üç kenarı, $\overline{\mathrm{TED}}$’nin üç kenarıyla aynı olur. Böylece bu iki üçgenin iki açıları eşit olur(CET ve TED). $\overline{\mathrm{CET}}$ açısı dik açı olur ki o dik açıdan daha büyüktür. $\overline{\mathrm{TED}}$ açısı da dik açı olur ki o da dik açıdan küçüktür. Bu çelişkidir. Bu şekilden şunu çıkarabiliriz ki, dairenin kirişinin orta noktasından çizilen diklik merkezden geçer.

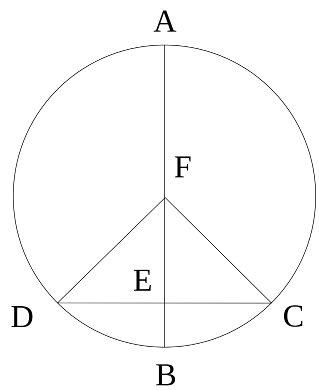


B: Bir daire üzerindeki herhangi iki noktayı, $\overline{\mathrm{ACD}}$ üzerindeki $\overline{\mathrm{C}}$ ve $\overline{\mathrm{D}}$ gibi, düz bir şekilde birleştirirsek, bu iki nokta arasında kalan kısım dairenin içinde kalır. Kalmayacağını ve $\overline{\mathrm{DEC}}$

gibi dışında olacağını varsayalım. $\overline{\mathrm{F}}$ merkez noktasından, $\overline{\mathrm{CF}}$ ve $\overline{\mathrm{FD}}$ doğrularını çizelim, $\overline{\mathrm{FBE}}$'yi de $\overline{\mathrm{CED}}$'ye kadar çizelim ki o $\overline{\mathrm{FC}}$'den daha uzundur ve $\overline{\mathrm{FCE}}$ açısının kirişidir. $\overline{\mathrm{FCE}}$ de $\overline{\mathrm{FED}}$ üçgeninin dış açısı olan $\overline{\mathrm{CEF}}$'den büyüktür ki o da $\overline{\mathrm{FDE}}$'den büyüktür. Ancak o da $\overline{\mathrm{FCE}}$ açısına eşit olması gerekir, çünkü $\overline{\mathrm{FC}}$, $\overline{\mathrm{FD}}$'ye eşittir. Bu çelişkidir.

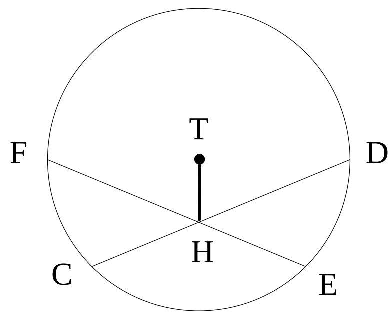


C: Merkezden kirişe çizilen ve onu ikiye bölen her doğru, $\overline{\mathrm{CD}}$ üzerindeki $\overline{\mathrm{FE}}$ gibi, kirişe diktir, bunun tersi de doğrudur. $\overline{\mathrm{FE}}$'yi iki taraftan çevre üzerindeki $\overline{\mathrm{A}}$ ve $\overline{\mathrm{B}}$ noktalarına kadar uzatalım. $\overline{\mathrm{FEC}}$ ve $\overline{\mathrm{FED}}$ üçgenlerinin üç kenarı da eşit uzunlukta olduğundan, açıları da eşit olur, alt iki açıları da eşit olur, böylece $\overline{\mathrm{FE}}$ diktir.

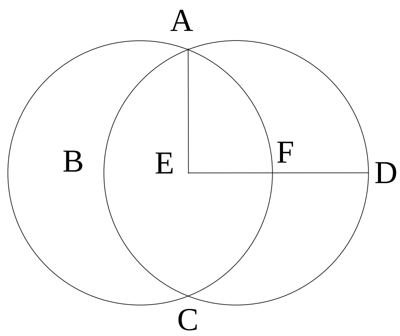


Diğer taraftan, $\overline{\mathrm{C}}$ ve $\overline{\mathrm{D}}$ açıları, $\overline{\mathrm{FD}}$ ve $\overline{\mathrm{FC}}$ kenarlarının uzunlukları eşit, taban açıları dik ve eşit olduğundan, $\overline{\mathrm{FE}}$ kenarı da ortak olduğundan, $\overline{\mathrm{CE}}$ kenarı $\overline{\mathrm{DE}}$ kenarına eşittir.

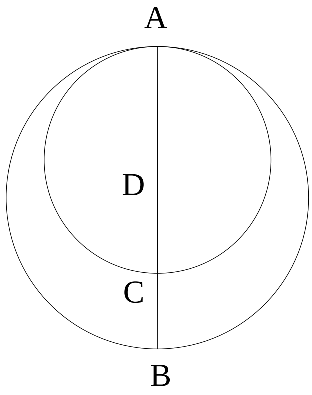
D: Kesişen iki kiriş, merkez noktasından geçen iki kiriş olmadığı sürece, birbirini ikiye bölmez, $\overline{\mathrm{H}}$ noktasında kesişen $\overline{\mathrm{DC}}$ ve $\overline{\mathrm{EF}}$ kirişleri gibi. Öyle olmadığını ve $\overline{\mathrm{H}}$ noktasında birbirlerini ikiye böldüklerini varsayalım. $\overline{\mathrm{T}}$ merkez noktasından $\overline{\mathrm{H}}$ noktasına bir doğru çizelim. Bu durumda $\overline{\mathrm{TH}}$ diklik olur. Ve $\overline{\mathrm{THC}}$ açısı dik açı olur. Aynı şekilde $\overline{\mathrm{EHT}}$ açısı da dik açı olur, ancak dik açıdan daha küçüktür. Bu çelişkidir.



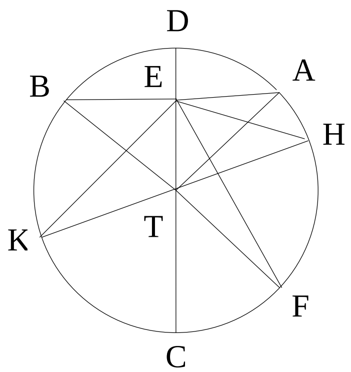
E: Birbirini kesen $\overline{\mathrm{ABC}}$ ve $\overline{\mathrm{ADC}}$ gibi iki dairenin merkezi aynı nokta olamaz. Olduğunu ve bu noktanın $\overline{\mathrm{E}}$ noktası olduğunu varsayalım. $\overline{\mathrm{AE}}$ doğrusunu çizelim. $\overline{\mathrm{EFD}}$ ve $\overline{\mathrm{EF}}$, $\overline{\mathrm{EA}}$'ya eşit olur. Aynı zamanda $\overline{\mathrm{ED}}$ de $\overline{\mathrm{EA}}$'ya eşit olur. Böylece parça olan $\overline{\mathrm{EF}}$, bütün olan $\overline{\mathrm{ED}}$'ye eşit olur. Bu çelişkidir, mümkün değildir.



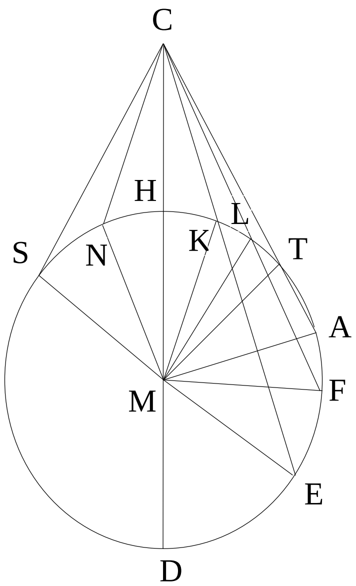
V: İç taraftan birbirine teğet olan iki dairenin de, $\overline{\mathrm{AB}}$ ve $\overline{\mathrm{AC}}$ daireleri gibi, merkezleri tek bir nokta olamaz. Olduğunu ve bunun $\overline{\mathrm{D}}$ noktası olduğunu farz edelim. $\overline{\mathrm{AD}}$ ve $\overline{\mathrm{CB}}$ doğrularını çizelim. Bunun üzerine kıyasladığımızda, parça olan $\overline{\mathrm{DC}}$, bütün olan $\overline{\mathrm{DB}}$'ye eşit olur, bu çelişkidir.



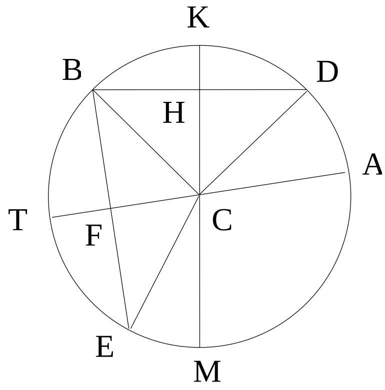
F: Dairenin içinde bir noktadan çevreye çizilen doğrulardan, $\overline{ED}$, $\overline{EA}$, $\overline{EH}$, $\overline{EF}$ ve $\overline{EC}$ gibi, en uzunu merkezden geçendir, en kısası ise çapı tamamlayan parçadır. En uzun olana en yakın olan da ikinci en uzun olandır. İki doğru ancak çapın iki farklı tarafındaysa eşit olabilir. Dairenin merkezi $\overline{T}$ noktası olsun. $\overline{TF}$, $\overline{TH}$, $\overline{TA}$ ve $\overline{ET}$ artı $\overline{TF}$'yi, yani $\overline{EC}$'yi çizelim. Çünkü $\overline{TC}$ ve $\overline{TF}$ eşittir. Üçünden en uzunu $\overline{EF}$'dir. $\overline{ET}$ ve $\overline{TF}$, $\overline{ET}$ ve $\overline{TH}$'ye eşittir. $\overline{ETF}$ açısı $\overline{ETH}$ açısından büyük olsun ve $\overline{EF}$ tabanı da $\overline{EH}$ tabanından uzun olsun. Böylece, $\overline{EH}$, $\overline{EA}$'dan ve $\overline{ET}$,$\overline{EA}$ da $\overline{TA}$'dan, yani $\overline{TD}$'den uzun olur. $\overline{TE}$ ortak olduğu için $\overline{ED}$, $\overline{EA}$'dan kısa olur. $\overline{T}$ noktası üzerinde, $\overline{ETA}$ açısına eşit $\overline{ETB}$ açısını çizelim. $\overline{TB}$, $\overline{TA}$'ya eşit, $\overline{TE}$ kenarı da ortak olduğu için $\overline{BE}$, $\overline{EA}$'ya eşit olur. Ve $\overline{EB}$ tarafında, $\overline{EA}$'ya eşit, $\overline{EB}$ dışında başka bir doğru çizilemez. Çizilebildiğini ve $\overline{EK}$ olduğunu varsayalım. $\overline{TK}$'yi çizelim. Bu durumda $\overline{ET}$ ve $\overline{TK}$, $\overline{ET}$ ve $\overline{TA}$'ya eşit olur. Ve $\overline{AE}$, $\overline{EK}$'ye, yani $\overline{EB}$'ye eşit olur. $\overline{ETK}$ açısı da, $\overline{ETA}$ açısına, yani $\overline{ETB}$ açısına eşit olur. Ancak $\overline{ETB}$ açısı onun bir parçasıdır. Bu çelişkidir.



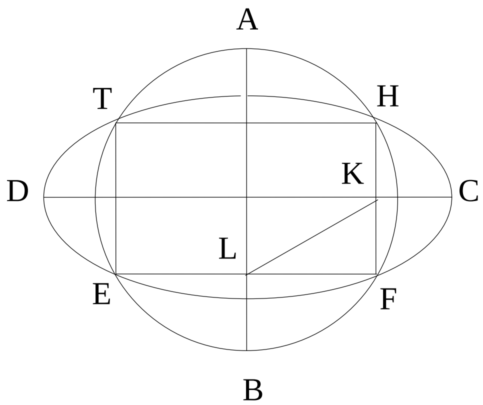
H: $\overline{C}$ noktası, $\overline{AB}$ dairesinin dışında bir nokta olsun. Ve bu noktadan daireyi kesen doğrular çizelim. Bu doğruların en uzunu merkezden geçendir, daha sonra en uzunu onu takip edendir. Dairenin dışında kalan ve çapın devamı olan da en kısalarıdır, daha sonra en kısası onu takip edendir. Ayrıca bunlardan ancak farklı iki tarafta bulunanlar eşit olabilir. Bu doğrular, merkezden geçen $\overline{\mathrm{CHMD}}$, sonra $\overline{\mathrm{CKE}}$, sonra $\overline{\mathrm{CLF}}$, sonra $\overline{\mathrm{CTA}}$ gibi doğrulardır. Ve $\overline{\mathrm{CM}}$ artı $\overline{\mathrm{ME}}$, yani $\overline{\mathrm{CD}}$, üçüncü olan $\overline{\mathrm{CE}}$'den uzundur. Bir önceki şekilde anlatıldığı gibi, $\overline{\mathrm{CE}}$, $\overline{\mathrm{CF}}$'den daha uzundur ve $\overline{\mathrm{CF}}$, $\overline{\mathrm{CA}}$'dan daha uzundur. Aynı zamanda $\overline{\mathrm{CK}}$ ve $\overline{\mathrm{KM}}$, $\overline{\mathrm{CHM}}$'den uzundur. Eşit olan $\overline{\mathrm{CM}}$ ve $\overline{\mathrm{KM}}$ parçaları çıkarılırsa $\overline{\mathrm{KC}}$, $\overline{\mathrm{CH}}$'den uzun olur. Geriye kalanlar da sırayla bu şekildedir. $\overline{\mathrm{CMN}}$ açısını $\overline{\mathrm{CMK}}$ açısına eşit olacak şekilde çizeriz. $\overline{\mathrm{CN}}$, $\overline{\mathrm{CK}}$'ye eşit olur ve bu şekilde eşit olan başka bir doğru yoktur. Olduğunu ve bunun $\overline{\mathrm{CS}}$ olduğunu varsayalım. Daha önceki şekilde olduğu gibi, büyük olan $\overline{\mathrm{CMS}}$, parça olan $\overline{\mathrm{CMN}}$'ye eşit olur. Bu çelişkidir.



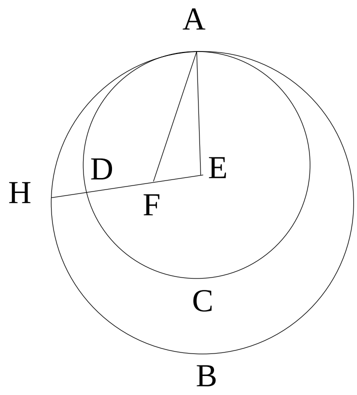
T: Dairenin içindeki bir $\overline{\mathrm{C}}$ noktasından, çevreye $\overline{\mathrm{CD}}$, $\overline{\mathrm{CB}}$, $\overline{\mathrm{CE}}$ gibi üç eşit doğru çiziliyorsa o nokta merkezdir. $\overline{\mathrm{DB}}$ ve $\overline{\mathrm{BE}}$ doğrularını çizeriz ve onları $\overline{\mathrm{F}}$ ve $\overline{\mathrm{H}}$ noktalarından ikiye böleriz. Ve $\overline{\mathrm{CF}}$'yi çevredeki $\overline{\mathrm{A}}$ ve $\overline{\mathrm{T}}$ noktalarına kadar, $\overline{\mathrm{CH}}$'yi de $\overline{\mathrm{K}}$ ve $\overline{\mathrm{M}}$ noktalarına kadar uzatırız. $\overline{\mathrm{FCE}}$ ve $\overline{\mathrm{FCB}}$ üçgenleri eş üçgenler olduğu için ve $\overline{\mathrm{AT}}$ de $\overline{\mathrm{BE}}$ kirişini ikiye bölen bir diklik olduğu için, merkez noktası $\overline{\mathrm{AT}}$ doğrusu üzerindedir. Aynı şekilde $\overline{\mathrm{MK}}$ doğrusu üzerindedir. Merkez bu iki doğrunun kesiştiği yer, yani $\overline{\mathrm{C}}$ noktasıdır.



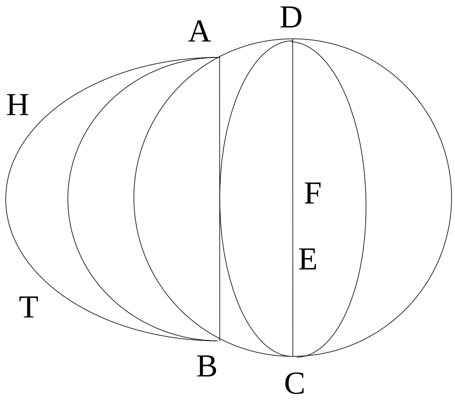
Y: Bir daire, diğer bir daireyi, en fazla iki noktada kesebilir. Öyle olmadığını ve $\overline{AB}$ dairesinin, $\overline{CD}$ dairesini iki noktadan daha fazla noktada, $\overline{E}$, $\overline{F}$, $\overline{H}$, $\overline{T}$ noktalarında kestiğini düşünelim. $\overline{EF}$, $\overline{ET}$, $\overline{TH}$ ve $\overline{HF}$ doğrularını çizelim. $\overline{EF}$ ve $\overline{FH}$ doğrularını $\overline{K}$ ve $\overline{L}$ noktalarından ikiye bölelim. $\overline{CD}$ ve $\overline{AB}$ doğrularını $\overline{FH}$ ve $\overline{FE}$ doğrularının üzerine dik olarak çizelim. Sonra $\overline{KL}$ doğrusunu çizelim. Merkez bu ikisinin üzerindedir, çünkü kesişirler. $\overline{FKL}$ ve $\overline{FLK}$ açılarının toplamı bir dik açıdan daha küçük olduğu için kesişirler. Ve kesiştikleri nokta, ki o $\overline{V}$ noktasıdır, iki dairenin merkezidir. Bu çelişkidir.



Y.A: Birbirine teğet iki dairenin merkezlerinden geçen doğru, teğet oldukları noktadan da geçer. $\overline{A}$ noktasında birbirine teğet olan, merkezi $\overline{E}$ noktası olan $\overline{AB}$ dairesi ve merkezi $\overline{F}$ noktası olan $\overline{AC}$ dairesi gibi, $\overline{F}$ ve $\overline{E}$ noktalarından geçen doğru, $\overline{A}$ noktasına varır. Böyle olmadığını ve $\overline{EH}$ gibi olduğunu varsayalım. $\overline{FA}$ ve $\overline{EA}$ doğrularını çizelim. $\overline{EF}$ ve $\overline{FA}$, $\overline{EF}$ ve $\overline{FD}$'ye, yani $\overline{ED}$'ye eşit olur. Ancak $\overline{EF}$ ve $\overline{FA}$, $\overline{EA}$'dan, yani $\overline{EH}$'den daha uzundur. $\overline{ED}$, $\overline{EH}$'dan daha uzun olur, bu çelişkidir.

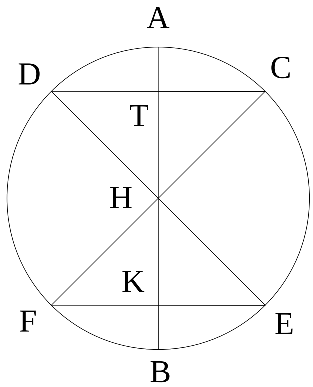


Y.B: İki daire ancak bir noktada birbirlerine teğet olabilir. Öyle olmadığını ve $\overline{CD}$ dairesinin, $\overline{AB}$ dairesine içerden $\overline{C}$ ve $\overline{D}$ noktalarında teğet olduğunu düşünelim. $\overline{CEFD}$, iki dairenin merkezinden de geçer ve $\overline{C}$ ve $\overline{D}$ noktalarına ulaşır. Böylece $\overline{CE}$, $\overline{ED}$'ye ve $\overline{CF}$, $\overline{FD}$'ye eşit olur. Bu çelişkidir. Ya da $\overline{HT}$'nin $\overline{AB}$ dairesine dışarıdan $\overline{A}$ ve $\overline{B}$ noktalarından teğet olduğunu düşünelim. Bu noktalar arasında $\overline{AB}$ doğrusunu çizelim. O, bu iki dairenin hem içinde hem dışındadır. Bu çelişkidir.

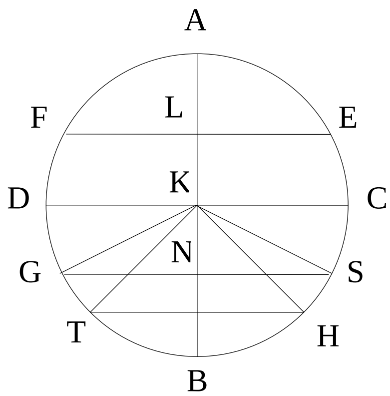


Y.C: Bir dairede eşit uzunlukta olan kirişlerin, $\overline{AB}$ dairesindeki $\overline{CD}$ ve $\overline{EF}$ kirişleri gibi, merkeze uzaklıkları da eşittir, bunun tersi de doğrudur. $\overline{H}$ merkez noktasından kirişlerin üzerine $\overline{HT}$, $\overline{HK}$ diklerini indirelim ve çevrenin üzerindeki $\overline{A}$ ve $\overline{B}$ noktalarına kadar uzatalım. Sonra $\overline{CHF}$, $\overline{EHD}$ doğrularını çizelim. İlk olarak kirişlerin eşit olduğu durumu ispatlayalım. $\overline{DHC}$, $\overline{FHE}$ üçgenlerinin kenarları simetriden dolayı eşit olduğundan, açıları bakımından da $\overline{CHD}$, $\overline{EHF}$'ye eşittir. Böylece $\overline{CTH}$, $\overline{DTH}$ üçgenleri ve $\overline{FHK}$, $\overline{KEH}$ üçgenleri de eşittir. $\overline{EHF}$ açısının yarısı olan $\overline{EHK}$ açısı da, $\overline{CHD}$ açısının yarısına eşit $\overline{DHT}$ açısına eşit olur. $\overline{T}$ açısı da $\overline{K}$ açısına eşittir. $\overline{HD}$ ve $\overline{HF}$ de simetrik ve eşittir. Böylece $\overline{TH}$, $\overline{HK}$'ye eşit olur. Tersi için ise $\overline{CD}$ kirişi $\overline{EF}$ kirişine eşit olur. Çünkü $\overline{CH}$'nin karesi, yani $\overline{CT}$ ve $\overline{TH}$'nin karelerinin toplamı,

$\overline{EH}$’nin karesine, yani $\overline{EK}$ ve $\overline{KH}$’nin karelerinin toplamına, eşittir. İki taraftan birbirine eşit olan $\overline{KH}$’nin karesi ve $\overline{TH}$’nin karesini çıkarırız. Geriye kalan $\overline{CT}$’nin karesi ve $\overline{EK}$’nin karesi birbirine eşit olur.

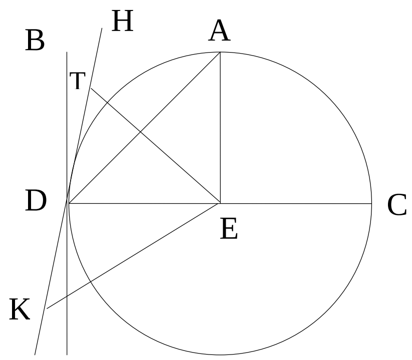


Y.D: $\overline{AB}$ dairesindeki $\overline{CD}$, $\overline{SG}$, $\overline{TH}$ kirişlerinden en uzunu çap olan $\overline{CD}$’dir, sonra en uzunu ona en yakın olandır. $\overline{K}$ merkez olsun. $\overline{KS}$, $\overline{KG}$, $\overline{KT}$ ve $\overline{KH}$’yi çizelim. $\overline{SK}$ ile $\overline{KG}$’nin uzunlukları toplamı, yani çap olan $\overline{CD}$, $\overline{SG}$’nin uzunluğundan büyüktür. Aynı şekilde devam ettiğimizde $\overline{SG}$ de $\overline{HT}$’den uzundur. Ayrıca $\overline{SG}$’ye eşit ve paralel, $\overline{EF}$’den başka bir kiriş yoktur. Çünkü ona merkezden ancak bir diklik indirilebilir, $\overline{KL}$ dikliği, ki o da $\overline{SG}$ üzerine indirilen $\overline{KN}$ dikine eşittir.



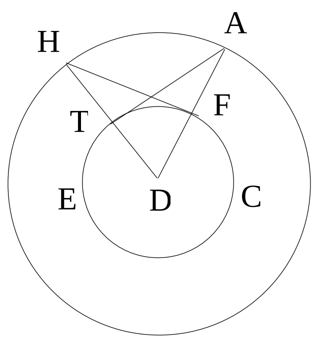
Y.E: Çapa bir ucundan çizilen bütün diklikler, $\overline{CD}$ çapına çizilen $\overline{BD}$ dikliği gibi, dairenin dışında kalır ve bu diklik ile dairenin çevresi arasında başka bir doğru bulunamaz. Dışında değil, $\overline{DA}$ gibi dairenin içinde kaldığını varsayalım. $\overline{EA}$’yı çizelim ki o $\overline{DE}$’ye eşittir. Bu durumda $\overline{EDA}$ açısı dik açı olur, bu çelişkidir. Aynı şekilde diklik ve dairenin çevresi arasında $\overline{DH}$ doğrusunun olduğunu varsayalım ve $\overline{E}$ noktasından onun üzerine $\overline{ET}$ dikini çizelim. Bu diklik $\overline{H}$ noktası tarafında kalır. Öyle olmadığını ve $\overline{K}$ noktası tarafında kaldığını varsayalım.

$\overline{HDE}$ açısı, ki o dik açının bir parçasıdır, dar açı olduğundan, $\overline{EDK}$ açısı geniş açıdır ve $\overline{K}$ açısı dik açıdır, bu çelişkidir. $\overline{H}$ noktası tarafında kaldığını düşünelim. $\overline{T}$ açısı dik açıdır ve $\overline{EDT}$ dar açısından büyük olur. Böylece kirişi olan $\overline{ED}$, $\overline{ET}$'den uzun olur. Bu çelişkidir.

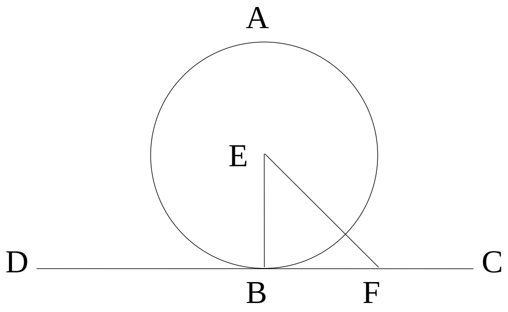


Buradan çapın ucundan çapa çizilen dikliklerin hepsinin daireye teğet olduğunu öğrendik.

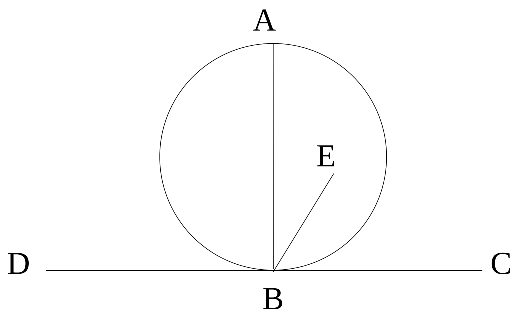
Y.V: $\overline{A}$ noktasından, merkezi $\overline{D}$ noktası olan $\overline{FC}$ dairesine bir teğet çizmek istiyoruz. $\overline{DA}$ doğrusunu çizeriz. Bu doğru daireyi $\overline{F}$ noktasında keser. Sonra merkezi $\overline{D}$ noktası olan, $\overline{A}$ noktasından geçen $\overline{AH}$ dairesini çizeriz. $\overline{FC}$ dairesinin çapının uç noktası olan $\overline{F}$ noktasından, $\overline{DF}$'ye dik olacak $\overline{AH}$ dairesine kadar uzanan $\overline{FH}$ dikini çizeriz. Sonra $\overline{DH}$ ve $\overline{TA}$ doğrularını çizeriz ve $\overline{TA}$ istediğimiz teğet doğrusudur. Çünkü $\overline{FD}$ ve $\overline{DH}$, $\overline{TD}$ ve $\overline{DA}$'ya eşittir. $\overline{D}$ açısı ortak açıdır. Ve $\overline{DTA}$ dik açısı, $\overline{HFD}$ açısına eşittir. Böylece $\overline{TA}$ teğettir.



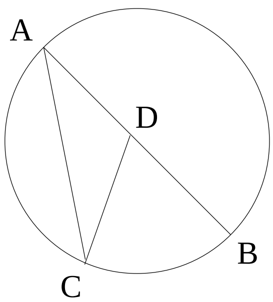
Y.F: Bir teğetin değme noktasına, $\overline{AB}$ dairesine $\overline{B}$ noktasında teğet olan $\overline{CD}$ doğrusu gibi, dairenin merkezinden çizilen doğrular, $\overline{EB}$ gibi, teğete diktir, $\overline{CD}$'ye çizilen $\overline{EB}$ gibi. Öyle olmadığını ve $\overline{CD}$ üzerine merkezden çizilen dikliğin $\overline{EF}$ olduğunu düşünelim. Bu durumda dik olan $\overline{EFB}$ açısının karşısındaki $\overline{EB}$ kenarı, $\overline{EF}$'den uzun olur. Bu çelişkidir.



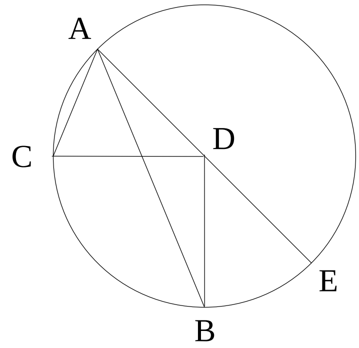
Y.H: Tersinden düşünecek olur, teğet noktasına çizilen diklik merkezden geçer, $\overline{AB}$ dikliği gibi. Öyle olmadığını ve $\overline{E}$ noktasından geçtiğini düşünelim. $\overline{EB}$ doğrusunu çizelim. $\overline{EBC}$ açısının dik açı olması gerekir, ancak dik açıdan daha küçüktür. Bu çelişkidir.



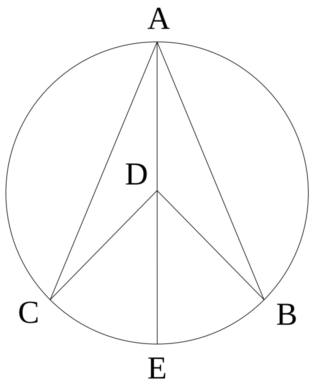
Y.T: $\overline{BDC}$ gibi bir merkez açı, $\overline{BAC}$ gibi bir çevre açı olsun. Eğer bu iki açı aynı yayı görüyorsa; ya bu çevre açının bir kolu merkezden geçiyordur ve kenarlara ulaşıyordur, $\overline{DAC}$ açısı gibi. Bu durumda $\overline{BDC}$ dış açısının, $\overline{C}$ ve $\overline{A}$ iç açılarının toplamına eşit olduğu açıktır. Üçgen ikizkenar olduğu için bu iki iç açı birbirine eşittir ve böylece çevre açı merkez açının yarısına eşit olur.



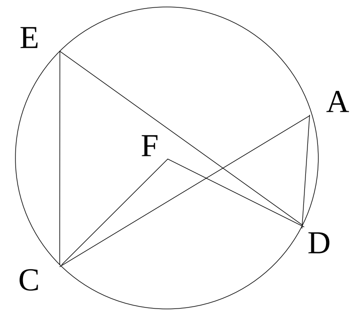
K: Ya da bu şekilde olduğu gibi, çevre açının ve merkez açının kolları birbirini keser. Bu durumda $\overline{\text{AD}}$'yi çizeriz ve $\overline{\text{E}}$ noktasına kadar uzatırız. $\overline{\text{EDC}}$ açısı, $\overline{\text{DAC}}$ açısının iki katıdır. İkisinden de sırasıyla $\overline{\text{EDB}}$ açısını ve onun yarısı kadar olan $\overline{\text{DAB}}$ açısını çıkarırız. Geriye $\overline{\text{CDB}}$ açısı ve onun yarısı kadar olan $\overline{\text{CAB}}$ açısı kalır.



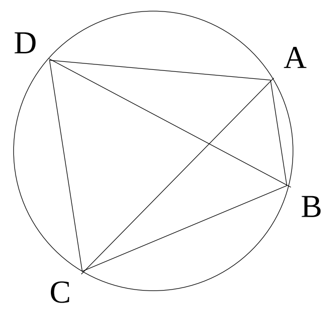
K.A: Ya da çevre açı ve merkez açıyı tek bir doğru bölüyordur. Bu şekilde olduğu gibi, $\overline{\text{D}}$ noktasından $\overline{\text{A}}$ ve $\overline{\text{E}}$ noktalarına doğru uzanan bir doğru gibi. $\overline{\text{BDE}}$ açısı, $\overline{\text{DAB}}$ açısının iki katıdır. Aynı şekilde $\overline{\text{EDC}}$ açısı, $\overline{\text{DAC}}$ açısının iki katıdır. Bu durumda $\overline{\text{BDC}}$ açısı $\overline{\text{BAC}}$ açısının iki katıdır.



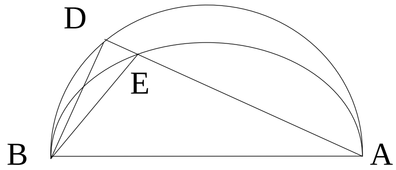
K.B: Eğer iki çevre açı aynı yayı görüyorsa, $\overline{\text{CAD}}$ ve $\overline{\text{CED}}$ açıları gibi, eşittirler. Çünkü ikisi de $\overline{\text{CFD}}$ merkez açısının yarısına eşittir.



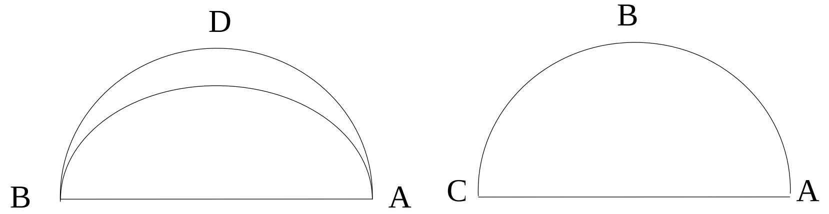
K.C: Bir dairenin içindeki dörtgenin, $\overline{\mathrm{ABCD}}$ dörtgeni gibi, karşılıklı açılarının toplamı iki dik açıya eşittir. $\overline{\mathrm{AC}}$ ve $\overline{\mathrm{DB}}$ doğrularını çizelim. $\overline{\mathrm{BAC}}$ açısı $\overline{\mathrm{BDC}}$ açısına, $\overline{\mathrm{ADB}}$ açısı da $\overline{\mathrm{ACB}}$ açısına eşit olur. Ve $\overline{\mathrm{BDC}}$ ve $\overline{\mathrm{ADB}}$ açılarının toplamı, $\overline{\mathrm{BAC}}$ ve $\overline{\mathrm{BCA}}$ açılarının toplamına eşittir. Onlar $\overline{\mathrm{ABC}}$ açısı ile beraber iki dik açıya eşittir. Böylece $\overline{\mathrm{ADC}}$ açısı ile $\overline{\mathrm{ABC}}$ açısının toplamı iki dik açıya eşit olur.



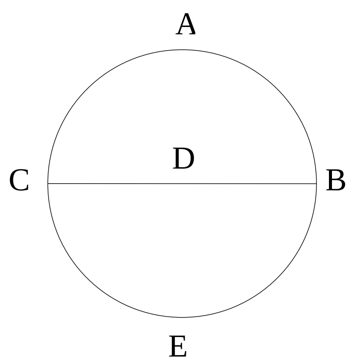
K.D: Farklı büyüklük ve küçüklükteki iki dairenin benzer parçaları aynı doğru üzerinde bulunamaz, $\overline{\mathrm{AEB}}$ ve $\overline{\mathrm{ADB}}$ parçaları gibi. Bulunduğunu varsayalım ve $\overline{\mathrm{AE}}$ doğrusunu çizerek onu $\overline{\mathrm{D}}$ noktasına kadar uzatalım. Sonra $\overline{\mathrm{EB}}$ ve $\overline{\mathrm{DB}}$ doğrularını çizelim. Bu durumda $\overline{\mathrm{AEB}}$ dış açısı, $\overline{\mathrm{ADB}}$ iç açısına eşit olur. Bu çelişkidir.



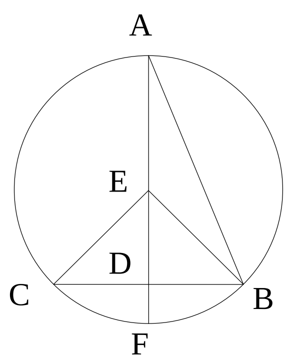
K.E: Aynı şekilde birbirine eşit iki doğru üzerinde de bulunamazlar, $\overline{ABC}$, $\overline{ADB}$ ve $\overline{AB}$ gibi. Bulunduklarını düşünelim ve $\overline{AB}$ doğrusu ile $\overline{AC}$ doğrusunu üst üste getirelim. Bütün parçaları birbiriyle örtüşür. Bu durumda aynı doğru üzerinde bulunmuş olurlar. Bu çelişkidir.



K.V: Bir daire parçasını daireye tamamlamak istiyoruz. Eğer bu parça yarım daireyse, kirişi ikiye böleriz ve bu merkez olur.

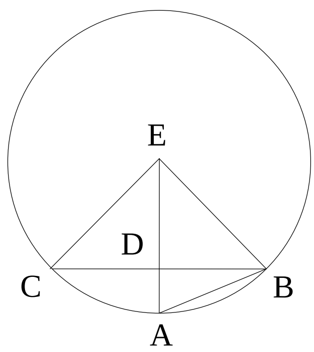


K.F: Eğer parça yarım daire değilse, $\overline{BC}$ kirişini $\overline{D}$ noktasından ikiye böleriz. $\overline{D}$ noktasından yay üzerindeki $\overline{A}$ noktasına kadar bir dik çizeriz. Sonra $\overline{BA}$ doğrusunu çizeriz. $\overline{D}$ açısı dik açı ve $\overline{A}$ açısı dar açı olduğu için, $\overline{AB}$ doğrusu üzerinde $\overline{A}$ açısına eşit olacak şekilde $\overline{ABE}$ açısını oluştururuz.

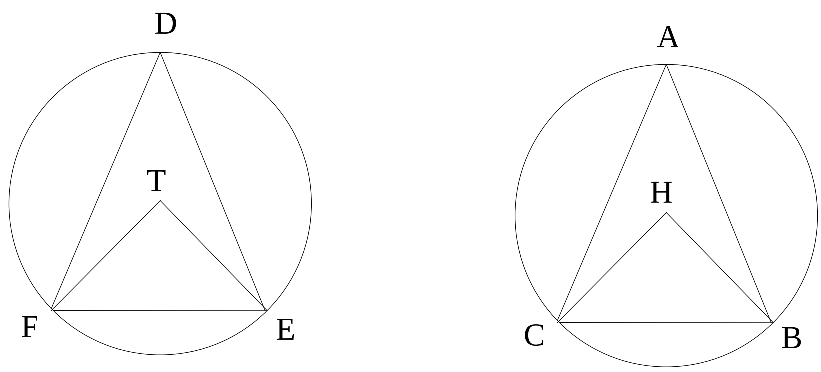


K.H: Eğer parça yarım daireden daha büyükse, $\overline{ABE}$ açısı üçgenin iç açısı olur. $\overline{ABD}$ açısı $\overline{A}$ açısından daha büyük olduğu için, $\overline{BE}$ doğrusu, ilk şekilde olduğu gibi üçgenin içinde kalır.

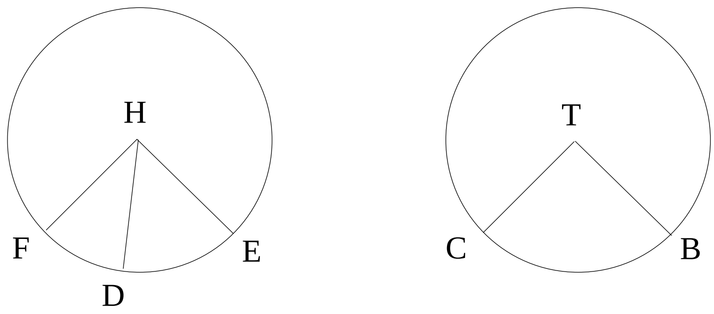
K.T: Eğer parça yarım daireden küçükse, ikinci şekilde olduğu gibi üçgenin dışında kalır. Ve $\overline{AD}$ diklik olduğu için merkez onun üzerindedir. $\overline{A}$ ve $\overline{ABE}$ açılarının toplamı iki dik açıdan daha küçük olduğu için $\overline{E}$ noktasında kesişirler ve $\overline{E}$ noktası merkezdir. $\overline{EC}$ doğrusunu çizelim. $\overline{AEB}$ üçgeninde $\overline{A}$ ve $\overline{B}$ açıları eşit olduğundan $\overline{AE}$, $\overline{EB}$'ye eşittir. Ve $\overline{EDB}$ üçgeninin $\overline{EB}$ kenarı, $\overline{EDC}$ üçgeninin $\overline{EC}$ kenarına eşittir. Böylece $\overline{EA}$, $\overline{EB}$ ve $\overline{EC}$ doğruları birbirine eşit olur.



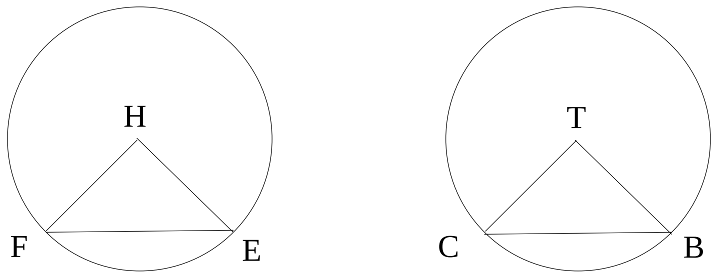
L: Birbirine eşit iki dairede bulunan ve birbirine eşit olan merkez açı ya da çevre açıların gördükleri yaylar da birbirine eşittir; $\overline{BHC}$ ve $\overline{ETF}$ gibi merkez açılar, $\overline{BAC}$ ve $\overline{EDF}$ gibi çevre açılar. $\overline{BC}$ ve $\overline{EF}$ doğrularını çizelim. $\overline{BAC}$ ve $\overline{EDF}$ açıları birbirine eşit olduğundan, $\overline{BAC}$ ve $\overline{EDF}$ parçaları da benzer olur. Ve $\overline{BH}$, $\overline{CH}$ kenarları, $\overline{ET}$, $\overline{FT}$ kenarlarına eşit olduğundan, $\overline{H}$ ve $\overline{T}$ açıları da benzer olduğundan, $\overline{BC}$ ve $\overline{EF}$ tabanları da birbirine eşit olur. Ve bu tabanlar üzerinde benzer ve birbirinden farklı iki parça bulunamaz. Böylece birbirine eşit iki daireden $\overline{BAC}$ ve $\overline{EDF}$ parçaları eşit olmuş olur. Geriye birbirine eşit $\overline{BC}$ ve $\overline{EF}$ yayları kalır.



L.A: Tersinden düşünecek olursak, yayların eşit olduğunu ancak $\overline{\mathrm{EHF}}$ açısının $\overline{\mathrm{BTC}}$ açısından daha büyük olduğunu varsayalım. Sonra $\overline{\mathrm{EHD}}$ açısını, $\overline{\mathrm{BTC}}$ açısına eşit olacak şekilde alalım. $\overline{\mathrm{EF}}$ yayı $\overline{\mathrm{BC}}$ yayına, yani $\overline{\mathrm{ED}}$ yayına eşit olur. Bu çelişkidir.

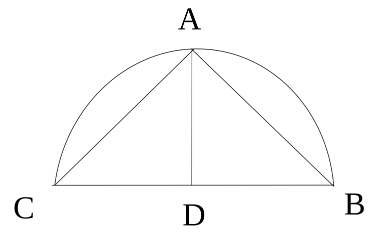


L.B: İki eşit dairede iki kiriş eşit uzunluktaysa gördükleri yaylar da eşit olur. $\overline{\mathrm{T}}$ merkezinden $\overline{\mathrm{TB}}$ ve $\overline{\mathrm{TC}}$ doğrularını, $\overline{\mathrm{H}}$ merkezinden de $\overline{\mathrm{HE}}$ ve $\overline{\mathrm{HF}}$ doğrularını çizelim. Benzerlikten dolayı iki üçgendeki merkez açılar birbirine eşit olur. Böylece gördükleri yaylar da birbirine eşit olur.

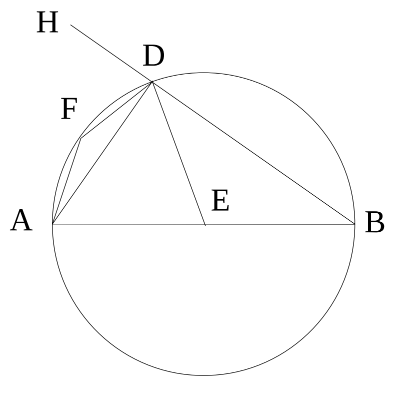


L.C: Tersinden düşünecek olursak, aynı şeyi yaparız. Yine $\overline{\mathrm{T}}$ ve $\overline{\mathrm{H}}$ açıları birbirine eşit olur. Ve onların tabanları $\overline{\mathrm{BC}}$ ve $\overline{\mathrm{EF}}$ kirişleri eşit olur.

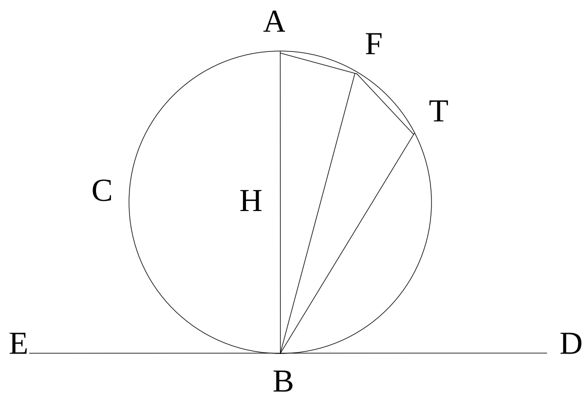
L.D: $\overline{\mathrm{BAC}}$ yayını ikiye bölmek istiyoruz. $\overline{\mathrm{D}}$ noktasından kirişi ikiye böleriz ve yaya ulaşacak şekilde $\overline{\mathrm{DA}}$ dikini çizeriz. Böylece yay ikiye bölünmüş olur. $\overline{\mathrm{BA}}$ ve $\overline{\mathrm{CA}}$ doğrularını çizelim. $\overline{\mathrm{AD}}$, $\overline{\mathrm{DB}}$ kenarları, $\overline{\mathrm{AD}}$, $\overline{\mathrm{DC}}$ kenarlarına eşit olur ve $\overline{\mathrm{D}}$ açıları da eşittir. Böylece $\overline{\mathrm{BA}}$ ve $\overline{\mathrm{CA}}$ da eşit olur ve onların yayları da eşit olur.



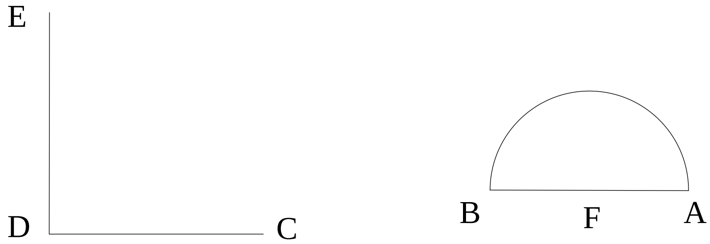
L.E: Eğer bir çevre açı yarım daire üzerindeyse, $\overline{BDA}$ açısı gibi, bu açı dik açıdır. Eğer yarım daireden daha küçük bir yay üzerindeyse, $\overline{AFD}$ açısı gibi, geniş açıdır. Eğer yarım daireden daha büyük bir yay üzerindeyse, $\overline{ABD}$ açısı gibi, dar açıdır. Ancak daha küçük olan daire parçasının açısı, kirişi $\overline{AD}$ ve yayı $\overline{DAF}$ olan parçanın açısı gibi, dar açıdır. Daha büyük olan daire parçasının açısı ise, kirişi $\overline{AD}$ ve yayı $\overline{DBA}$ olan parçanın açısı gibi, geniş açıdır. $\overline{ED}$ doğrusunu çizelim ve $\overline{BD}$'yi $\overline{H}$ noktasına kadar uzatalım. $\overline{EAD}$ açısı, $\overline{EDA}$ açısına eşit olur. $\overline{BED}$ açısı $\overline{EDA}$ açısının, $\overline{AED}$ açısı da $\overline{BDE}$ açısının iki katı olur. Böylece $\overline{BDA}$ açısının tamamı, iki dik açıya eşit olan $\overline{E}$ açısının yarısına eşit olur ki o da dik açıdır. Aynı daire parçası üzerinde olanlar da aynı şekildedir. Çünkü onlar bu açıya eşittir. $\overline{ADB}$ üçgenindeki $\overline{ABD}$ açısı dik açıdan daha küçüktür ve dar açıdır. Aynı daire parçası üzerinde olanlar da aynı şekildedir. Bu açı aynı zamanda $\overline{F}$ açısıyla beraber iki dik açıya eşittir. Bundan dolayı $\overline{F}$ açısı geniş açıdır. Aynı daire parçası üzerinde olanlar da aynı şekildedir. $\overline{DA}$ doğrusu dikliktir ve $\overline{HDA}$ açısı dik açıdır. Küçük daire parçasının açısı, ki o $\overline{ADF}$'dir, dar açıdır. Çünkü dik açının bir parçasıdır ve bu aşikardır. Büyük daire parçasının açısı ise dik açıdan daha büyüktür ki o dik açı $\overline{ADB}$'dir.



L.V: Eğer bir daireye bir doğru teğetse ve teğet olduğu noktadan daireyi kesecek şekilde bir doğru çizilirse, $\overline{DB}$ teğetinden çizilen $\overline{BF}$ doğrusu gibi, bu doğrunun teğetle yapacağı bütün açılar, bu açılara karşılık gelen yaylar üzerindeki açılara eşittir. Örneğin; $\overline{FBD}$ açısı $\overline{FAB}$ parçasında bulunan açılara, $\overline{FBE}$ açısı $\overline{BTF}$ parçasında bulunan açılara eşit olur. Eğer çizilen doğru teğete dikse merkezden geçer ve daireyi iki eşit parçaya böler. Dik açıya karşılık gelen bütün daire parçaları, teğetin üzerindeki gibidir. Merkezden geçmediği durumu düşünelim. $\overline{BA}$ dikini çizelim ve $\overline{FTB}$ yayı üzerindeki $\overline{T}$ noktasını işaretleyelim. Sonra $\overline{TB}$, $\overline{AF}$ ve $\overline{FT}$ doğrularını çizelim. $\overline{BAF}$ üçgeninin iç açıları toplamı iki dik açıya eşittir ve $\overline{B}$ noktasındaki açılar da aynıdır. $\overline{AFB}$ açısı, $\overline{ABE}$ açısı gibi bir dik açıya eşittir. $\overline{ABF}$ açısı ortak açıdır. Böylece $\overline{FAB}$ açısı $\overline{FBD}$ açısına eşit olur. $\overline{FAB}$ ve $\overline{FTB}$ açıları bir dörtgendeki karşılıklı açılardır ve toplamları iki dik açıya eşittir, $\overline{FBD}$ ve $\overline{FBE}$ açıları gibi. $\overline{FAB}$ açısı $\overline{FBD}$ açısına eşit olduğundan, $\overline{FBE}$ açısı da $\overline{FTB}$ açısına eşit olur. Bu daire parçası üzerindeki bütün açılar da aynı şekildedir ve $\overline{F}$ açısına, yani dik açıya eşit olur. Böylece $\overline{FTB}$ yayı üzerindeki bütün açılar geniş açı olur, $\overline{FAB}$ yayı üzerindeki bütün açılar da dar açı olur.

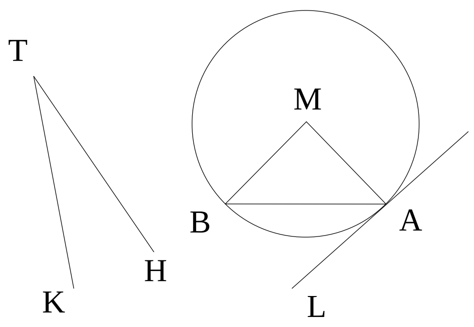


L.F: $\overline{AB}$ doğrusu üzerinde, verilen bir açıya karşılık gelecek daire parçası çizmek istiyoruz. İlk olarak dik açıyı düşünelim, $\overline{CDE}$ gibi. Orta nokta olan $\overline{F}$ noktasını merkez yapalım. $\overline{FA}$ yarıçaplı yarım daire şüphesiz ki açıya karşılık gelir.

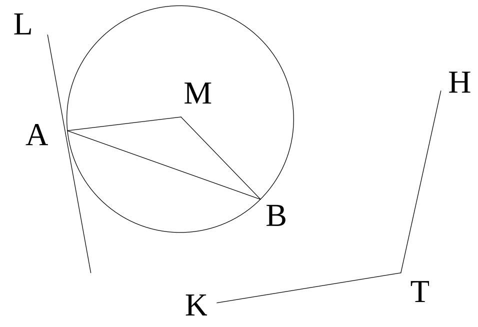


L.H: Verilen açının dik açı olmadığı, geniş ya da dar açı olduğu durumu düşünelim. $\overline{\mathrm{A}}$ noktası üzerinde $\overline{\mathrm{KTH}}$ açısına eşit olacak şekilde $\overline{\mathrm{LAB}}$ açısını ve $\overline{\mathrm{LA}}$'ya dik olan $\overline{\mathrm{AM}}$ doğrusunu çizelim. $\overline{\mathrm{LAB}}$ açısını şekillerden birinde olduğu gibi iç geniş açıya, ikinci şekilde olduğu gibi de dış dar açıya koyalım. Ve $\overline{\mathrm{B}}$ noktası üzerinde $\overline{\mathrm{BAM}}$'ye eşit $\overline{\mathrm{ABM}}$ açısını çizelim. Bu iki açının kolları $\overline{\mathrm{M}}$ noktasında kesişir. Çünkü bu açıların toplamı iki dik açıdan daha küçüktür. $\overline{\mathrm{MA}}$ ve $\overline{\mathrm{MB}}$ birbirine eşittir ve $\overline{\mathrm{M}}$ merkezi $\overline{\mathrm{MA}}$ yarıçapı üzerinde bir daire oluşur. Küçük $\overline{\mathrm{AB}}$ yayı geniş açıya, büyük $\overline{\mathrm{AB}}$ yayı ise dar açıya karşılık gelir. Bunlar $\overline{\mathrm{LAB}}$ açısına yani $\overline{\mathrm{KTH}}$ açısına eşit olur. Bu misal üzerinden dar açı için olan açıklamayı yapmış olduk. Ancak bu bölüm için iki şekil çizmek gerekir ve ikisi için bir ispat yeterlidir.

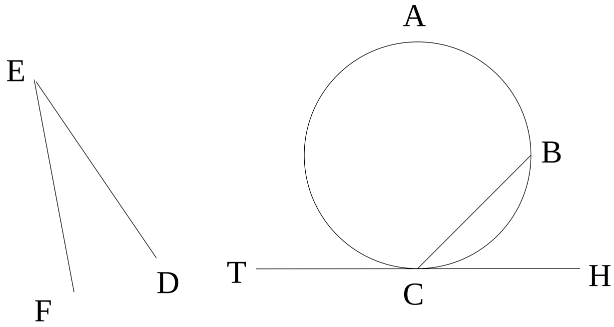
Şekil 2



Şekil 1

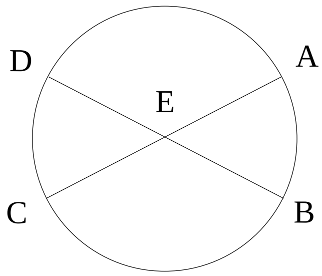


L.T: $\overline{\mathrm{AB}}$ dairesinden $\overline{\mathrm{DEF}}$ açısı gibi bir açıya karşılık gelecek bir parça ayırmak istiyoruz. $\overline{\mathrm{C}}$ noktasında daireye teğet olacak şekilde $\overline{\mathrm{HT}}$ doğrusunu ve $\overline{\mathrm{C}}$ noktası üzerinde, $\overline{\mathrm{DEF}}$ açısına eşit olacak $\overline{\mathrm{HCB}}$ açısını çizeriz. Burada $\overline{\mathrm{BAC}}$ daire parçası $\overline{\mathrm{BCH}}$ açısına, yani $\overline{\mathrm{DEF}}$ açısına karşılık gelir.



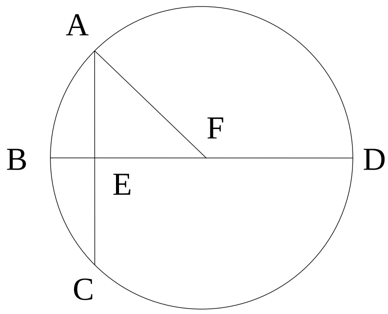
M: Dairenin içinde kesişen her iki kirişten, birinin bir parçasının diğer parçasıyla çarpımı, diğer kirişin parçalarının çarpımına eşittir. İlk olarak kesişen iki çapı ele alalım. Birinci dairedeki $\overline{\mathrm{E}}$ noktasında kesişen $\overline{\mathrm{BD}}$ ve $\overline{\mathrm{AC}}$ kirişleri gibi. Bölünen parçaların eşit olduğu aşikârdır ve $\overline{\mathrm{BE}}$ çarpı $\overline{\mathrm{ED}}$, $\overline{\mathrm{AE}}$ çarpı $\overline{\mathrm{EC}}$'ye eşit olur.

Birinci



M.A: Kirişlerden bir tanesinin çap olduğu ve kesiştiği $\overline{\mathrm{AC}}$ kirişine dik olduğu durumu düşünelim. İkinci dairede olduğu gibi $\overline{\mathrm{E}}$ noktasında kesişsinler ve $\overline{\mathrm{F}}$ noktası merkez noktası olsun. $\overline{\mathrm{FA}}$ doğrusunu çizelim, böylece $\overline{\mathrm{BD}}$, $\overline{\mathrm{F}}$ noktasında eşit, $\overline{\mathrm{E}}$ noktasında eşit olmayan iki parçaya bölünmüş olur. $\overline{\mathrm{BE}}$ çarpı $\overline{\mathrm{ED}}$ ve $\overline{\mathrm{EF}}$'nin karesi, $\overline{\mathrm{FD}}$'nin, yani $\overline{\mathrm{FA}}$'nın karesine eşit olur. Yani $\overline{\mathrm{FE}}$'nin karesi ve $\overline{\mathrm{AE}}$'nin karesinin toplamı $\overline{\mathrm{AE}}$ çarpı $\overline{\mathrm{EC}}$'ye eşit olur. Çünkü $\overline{\mathrm{AE}}$ ve $\overline{\mathrm{EC}}$, $\overline{\mathrm{AC}}$'nin iki eşit parçasıdır. Daha sonra ortak olan $\overline{\mathrm{FE}}$'nin karesi çıkarılırsa, kalan $\overline{\mathrm{BE}}$ çarpı $\overline{\mathrm{ED}}$, $\overline{\mathrm{AE}}$ çarpı $\overline{\mathrm{EC}}$'ye eşit olur.

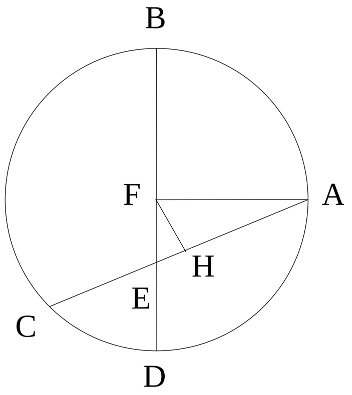
İkinci



M.B: Kirişlerden birinin çap olduğu ama diğer kirişe dik olmadığı durumu düşünelim, üçüncü şekilde olduğu gibi. $\overline{\mathrm{F}}$ noktasından $\overline{\mathrm{AC}}$ doğrusuna $\overline{\mathrm{FH}}$ dikini çizeriz. Böylece $\overline{\mathrm{AC}}$, $\overline{\mathrm{FH}}$ ve $\overline{\mathrm{BE}}$ ile hem iki eşit parçaya, hem eşit olmayan iki parçaya bölünmüş olur. $\overline{\mathrm{AH}}$ çarpı $\overline{\mathrm{EC}}$ ve $\overline{\mathrm{EH}}'$nin karesi $\overline{\mathrm{AH}}$'nin karesine eşittir. O da $\overline{\mathrm{FH}}$'nin karesi ile birlikte $\overline{\mathrm{AF}}$'nin karesine eşit olur, ki o da $\overline{\mathrm{BE}}$ çarpı $\overline{\mathrm{ED}}$ ve $\overline{\mathrm{FE}}$'nin karesine eşit olan $\overline{\mathrm{BF}}'$nin karesidir. Eşitlikte $\overline{\mathrm{EF}}$'nin karesi yerine

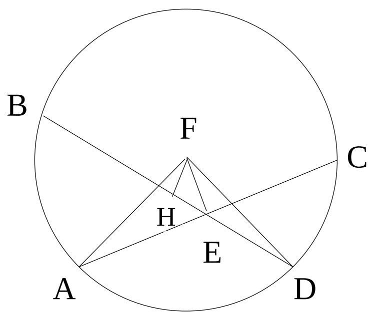
$\overline{FH}$'nin karesi ve $\overline{EH}$'nin karesini yazarsak, geride kalan $\overline{DE}$ çarpı $\overline{EB}$, $\overline{CE}$ çarpı $\overline{EA}$'ya eşit olur.

Üçüncü



M.C: Kirişlerden $\overline{BD}$'nin $\overline{AC}$'yi ikiye böldüğü durumu düşünelim. $\overline{FH}$'yi $\overline{BD}$'ye, $\overline{FE}$'yi de ikiye bölünmüş olan $\overline{AC}$'ye dik çizelim. $\overline{BE}$ çarpı $\overline{ED}$ ve $\overline{EH}$'nin karesi, $\overline{DH}$'nin karesine eşit olur. O da $\overline{FH}$'nin karesi ile birlikte $\overline{FD}$'nin yani $\overline{FA}$'nın karesine, yani $\overline{FE}$ ve $\overline{EA}$'nın karelerinin toplamına eşit olur. Eşitlikte $\overline{EF}$'nin karesi yerine $\overline{FH}$ ve $\overline{EH}$'nin kareleri toplamını yazarsak, geriye kalan $\overline{BE}$ çarpı $\overline{ED}$, $\overline{AE}$'nin karesine, yani $\overline{AE}$ çarpı $\overline{EC}$'ye eşit olur.

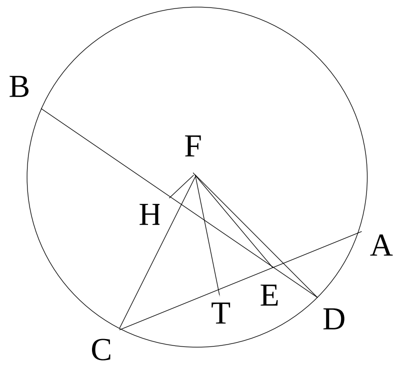
Dördüncü



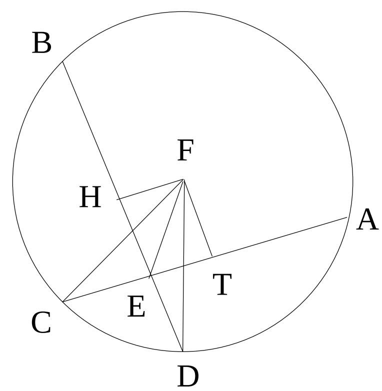
M.D: Kirişlerin birbirlerini orta noktaları olmayan bir noktada kestiklerini düşünelim, beşinci ve altıncı şekilde olduğu gibi. Bu durumda ya bir kirişin dikliği diğerini kesmez, beşinci şekilde olduğu gibi, ya da aralarından merkeze uzak olanın dikliği, yakın olanı keser, altıncı şekilde olduğu gibi. $\overline{FE}$, $\overline{FD}$ ve $\overline{FC}$ doğrularını çizelim. Sonra iki kirişe $\overline{FH}$ ve $\overline{FT}$ dikliklerini çizelim. $\overline{AE}$ çarpı $\overline{EC}$ ve $\overline{ET}$'nin karesi, $\overline{TC}$'nin karesine eşit olur. O da $\overline{TF}$'nin karesi ile beraber $\overline{FC}$'nin karesine, yani $\overline{FD}$'nin karesine eşittir. Ve $\overline{HD}$'nin karesi, yani $\overline{FH}$'nin karesi,

$\overline{\text{EH}}$'nin karesi ve $\overline{\text{BE}}$ çarpı $\overline{\text{ED}}$'dir. Eşitlikte $\overline{\text{TF}}$ ve $\overline{\text{TE}}$'nin kareleri toplamı yerine $\overline{\text{FE}}$'nin karesini, yani $\overline{\text{FH}}$ ve $\overline{\text{HE}}$'nin kareleri toplamını koyalım. Geriye kalan $\overline{\text{BE}}$ çarpı $\overline{\text{ED}}$, $\overline{\text{AE}}$ çarpı $\overline{\text{EC}}$'ye eşir olur.

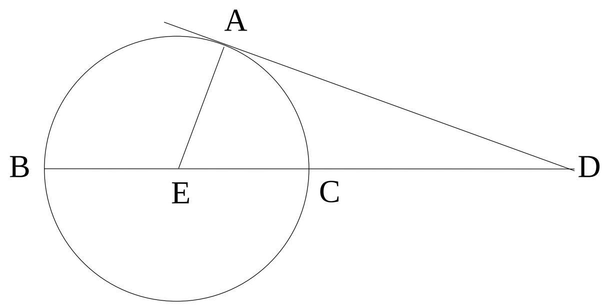
Altıncı



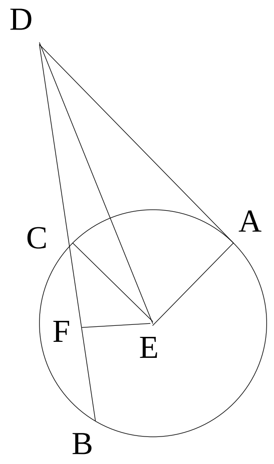
Beşinci

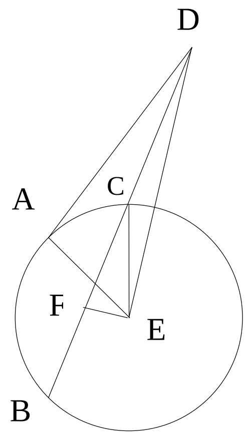


M.V: $\overline{\text{D}}$ noktası $\overline{\text{AB}}$ dairesinin dışında bir nokta olsun. Bu noktadan daireyi kesen $\overline{\text{DB}}$ doğrusunu ve daireye teğet olan $\overline{\text{DA}}$ doğrusunu çizelim. Bu durumda dışarıda bulunan parça $\overline{\text{DC}}$'nin tüm parça ile çarpımı, teğet olan $\overline{\text{DA}}$'nın karesine eşit olur. Daireyi kesen doğrunun merkezden geçtiğini düşünelim, $\overline{\text{DEB}}$ gibi. $\overline{\text{E}}$ merkez olsun ve $\overline{\text{AE}}$ doğrusunu çizelim. $\overline{\text{CB}}$'yi ikiye bölmüş ve uzunluğunu $\overline{\text{CD}}$ kadar artırmış olduk. $\overline{\text{BD}}$ çarpı $\overline{\text{CD}}$ ve $\overline{\text{CE}}$'nin karesi, $\overline{\text{ED}}$'nin karesine, yani $\overline{\text{EA}}$ ve $\overline{\text{AD}}$'nin her birinin karelerinin toplamına eşit olur. Çünkü teğet açısı dik açıdır. $\overline{\text{CE}}$'nin karesine eşit olan $\overline{\text{AE}}$'nin karesi gider. Geriye kalan $\overline{\text{BD}}$ çarpı $\overline{\text{CD}}$, $\overline{\text{DA}}$'nın karesine eşit olur.

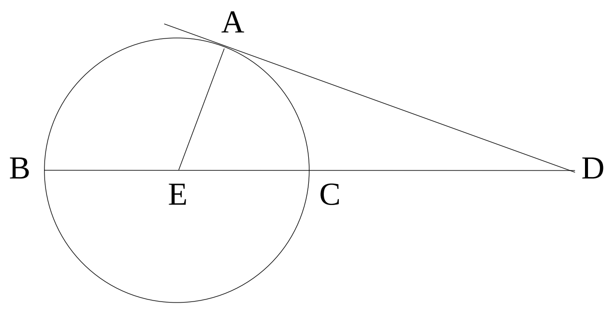


M.F: Daireyi kesen doğrunun merkezden geçmediği durumu düşünelim. Şekillerden birinde olduğu gibi ya teğet tarafından geçmez, ya da diğerinde olduğu gibi teğete yakın taraftan geçer. $\overline{\text{DE}}$, $\overline{\text{AE}}$, $\overline{\text{CE}}$ doğrularını ve $\overline{\text{BC}}$'yi ikiye bölen $\overline{\text{EF}}$ dikini çizelim. Ve $\overline{\text{BD}}$ çarpı $\overline{\text{CD}}$ ve $\overline{\text{CF}}$'nin karesi, $\overline{\text{FD}}$'nin karesine eşit olur. O da $\overline{\text{FE}}$'nin karesi ile beraber $\overline{\text{ED}}$'nin karesine, yani $\overline{\text{EA}}$ ve $\overline{\text{AD}}$'nin kareleri toplamına eşit olur. $\overline{\text{CE}}$'nin karesine, yani $\overline{\text{EF}}$'nin karesi artı $\overline{\text{CF}}$'nin karesine eşit olan $\overline{AE}$'nin karesi gider. Geriye kalan $\overline{DA}$'nın karesi, $\overline{BD}$ çarpı $\overline{CD}$'ye eşit olur. Bu diğer şeklin de açıklamasıdır.





M.H: Çizdiğimiz doğruları açıkladığımız şekilde çarpmak mümkün olmazsa, çizdiğimiz doğru daireyi kesmez, teğet olur, birinci şekilde olduğu gibi. Çünkü $\overline{DB}$ çarpı $\overline{DC}$, $\overline{DA}$'nın karesine eşittir. Ve $\overline{EC}$'nin karesi, $\overline{EA}$'nın karesine eşittir. Bu çarpımı önceki çarpımın iki tarafına ekleriz. Ancak $\overline{DB}$ çarpı $\overline{DC}$ artı $\overline{EC}$'nin karesi, $\overline{DE}$'nin karesine eşittir. Ve $\overline{ED}$'nin karesi, $\overline{DA}$'nın karesi artı $\overline{EA}$'nın karesine eşittir. $\overline{A}$ açısı da dik açıdır. Bu durumda $\overline{DA}$ teğettir. Bu açıklama diğer şekiller için de geçerlidir.



Euclides'ten üçüncü makelenin sonu.

SONUÇ

İbn Sina'nın eş-Şifa eserinin matematik bölümünün geometri kısmının ilk üç makalesinin tahkikli metin ve çevirisini verdiğimiz bu çalışma, eserin bu kısmının daha önce herhangi bir dile çevirisinin yapılmamış olması sebebiyle ortaya konmuştur. Eserin geometri kısmının tamamının tahkik ve çevirisi için çok uzun bir çalışma gerektiğinden bu yüksek lisans tezinde yalnız geometriye giriş mahiyetinde olan ilk üç bölüm üzerine çalışılmıştır.

Çalışmada eserin üç nüshası esas alınarak tahkik çalışması yapılmış, matematiksel açıdan en doğru metin ortaya konmaya çalışılmıştır. Çeviride ise metnin aslına sadık kalınarak, hem dönemin matematik dili aktarılmaya çalışılmış hem de anlaşılır olmasına dikkat edilmiştir. Teze tahkikli metni ve çeviriyi desteklemesi için İbn Sina hakkında biyografik bilgiler ve o dönemin matematik çalışmaları hakkında açıklamalar eklenmiştir.

Her ne kadar geometri kısmının tamamı ortaya konmamış olsa da çalışmanın içeriğinden İbn Sina'nın bu alandaki çalışmaları hakkında fikir edinilebilir. Âlimin Euclid'in *Elementler* kitabını esas alarak yazdığı geometri bölümü gördüğümüz kadarıyla Euclid'in asıl metninden çok az farklılıklar içermektedir. Eş-Şifa'nın geometri bölümünün tamamının tahkik ve çeviri çalışması yapılarak bu konuda daha net sonuçlara ulaşmak mümkündür. Bu çalışma İbn Sina'nın matematik çalışmalarının alana orijinal bir katkı yapmadığına dair görüşü destekleyen bir çalışma olmuştur. Bu konuda İbn Sina'nın matematik alanında yazdığı başka eserleri incelemek farklı sonuçlar elde etmeye yardımcı olabilir. Zira filozof eserin girişine yazdığı bölümde bu eserin *meşşai* geleneği destekleyici bir metin olduğunu vurgulamıştır. Bu sebeple klasik eserleri olduğu gibi aktarmayı uygun görmüş olabilir. Umarız ilerleyen günlerde daha bütünlüklü çalışmalar Bilim Tarihi literatürüne kazandırılabilir.

KAYNAKÇA

Birincil Kaynaklar

İbn Sina, **Kitabu'ş-Şifa Mantığa Giriş**, çev. : Ömer Türker, İstanbul: Litera Yayıncılık, 2006

İbn Sina, **en-Necat**, çev.: Kübra Şenel, İstanbul: Kabalcı Yayıncılık, 2013

İbn Sina, **el-İşarat ve't-Tenbihat**, çev. : Ali Durusoy, Ekrem Demirli, İstanbul: Türkiye Yazma Eserler Kurumu Başkanlığı Yayınları, 2014

İbn Sina, **el-Kanun Fi't-Tıbb**, çev. : Esin Kahya, Ankara: Atatürk Kültür Merkezi Yayınları, 2017

İkincil Kaynaklar

AL-DAFFA Ali abd Allah, **The Muslim Contribution to Mathematics**, Atlantic Highlands, N.J.: Humanities Press, 1977

AL-DAFFA Ali A., STROYLS John, "Ibn Sina as a Mathematician", **İbn Sina doğumunun bininci yılı armağanı**, derl.: Aydın sayılı, 2. Bsk., Ankara: Türk Tarih Kurumu, 2014

BOLAY Mehmet N., **İbn-i Sina**, Ankara: Kültür ve Turizm Bakanlığı, 1988

BRUN Jean, **Platon ve Akademia**, çev İsmail Yerguz, Ankara: Dost Kitabevi, 2007

ERGİN Osman, **İbni Sina Bibliyografyası**, İstanbul: İstanbul Üniversitesi Tıp Fakültesi Yayınları, 1956

FAZLIOĞLU İhsan, "Giriş", **Tahrîru usûli'l-hendese ve'l-hisâb: Euklides'in Elemanlar kitabının tahriri** (inceleme-tıpkıbasım) / Müellifi: Nasüriddin Tusi, İstanbul: Türkiye Yazma Eserler Kurumu Başkanlığı, 2012

FAZLIOĞLU İhsan, **Uygulamalı Geometrinin Tarihine Giriş**, http://www.ihsanfazlioglu.net/yayinlar/makaleler/Uygulamali-Geometri-TR.pdf

FITZPATRICK Richard, **Euclid's Elements of Geometry: English Translation from the Greek text of J.L. Heiberg**, 2007

GOHLMAN William E., **The Life of Ibn Sina**, New York: State University of New York Press, 1974

GÖKMEN Fatih, “İbni Sina’nın Riyaziye ve Hey’et Cephesi”, Büyük **filozof ve tıb üstadı İbni Sina: şahsiyeti ve eserleri hakkında tetkikler**, 2. Bsk, Ankara: Türk Tarih Kurumu, 2009

GUTAS Dimitri, **Avicenna and the Aristotelian Tradition**, Leiden: Koninklijke Brill NV, 2014

İbn el-Akfani, **Kitab İrşad el-Kasıd ila Esne el-Mekasıd**, Mektebeh Lübnan, 1998

İbn Haldun, **Mukaddime**, çev. : Zakir Kadirî Ugan**,** İstanbul: Milli Eğitim Basımevi, 1996-1997

KUTLUER İlhan, “eş-Şifa”, **İslam ansiklopedisi**, cilt:39, İstanbul: Türkiye Diyanet Vakfı, 2010

RASHED Roshdi, **Classical Mathematics from al-Khwarizmi to Descartes**, New York: Routledge and CAUS, 2015

SARTON George, **Introduction to History of Science**, cilt: 1, Baltimore: Carnegie Institution of Washington, 1927

SCRIBA Christoph J., SCHREIBER Peter, **5000 Years of Geometry: Mathematics in History and Culture**, çev.: Jana Schreiber, Basel: Springer, 2015

SEZGİN Fuat, **İslam'da bilim ve teknik: Arap-İslam Bilimleri Enstitüsü aletler koleksiyonu kataloğu**, çev. : Abdurrahman Aliy, Ankara : TÜBA ve T.C. Kültür ve Turizm Bakanlığı, 2007

SEZGİN Fuat, **İslam’da Bilim ve Teknik**, cilt: 3, 4. bs., İstanbul: Prof. Dr. Fuat Sezgin İslam Bilim Tarihi Araştırmaları Vakfı Yayınları, 2016

SÜVEYSİ Muhammed, “Hendese”, **İslam ansiklopedisi**, cilt:17, İstanbul: Türkiye Diyanet Vakfı, 1998

TOPDEMİR Hüseyin G., **İbn Sina**, İstanbul: Say Yayınları, 2009

ÜNAL Halit, “İbn-i Sina’da İlimler Tasnifi”, Kayseri: Erciyes Üniversitesi Matbaası, 1984

YOUNG Gregg de, “The Arabic Textual Traditions of Euclid’s Elements”, **Historia Mathemetica**, sayı:11, 1984