

KESİRLİ MERTEBEDEN İKİ BOYUTLU ELEKTRİKSEL KUPLAJLI NÖRON AĞLARININ DİNAMİK ANALİZİ

Mahmut ÜN¹ ve Manolya ÜN²

¹İstanbul Yeni Yüzyıl Üniversitesi Mühendislik ve Mimarlık Fakültesi Biyomedikal Mühendisliği Bölümü
İstanbul, mahmut.un@yeniyuzyil.edu.tr

²İstanbul Yeni Yüzyıl Üniversitesi Tıp Fakültesi 34010 Zeytinburnu, İstanbul, manolya.un3@gmail.com

Özetçe

Bu çalışma elektriksel kuplajlı nöronlardan oluşan bir ağın nicel analiziyle ilgilidir. Bu ağ kasların hareketini kontrol eden motonöronların sürülmesinde aktif olan düzenli elektriksel işaretler üretir. İki boyutlu kesirli mertebeden elektrik kuplajlı nöron ağı, iki bir boyutlu kesirli mertebeden elektriksel kuplajlı nöron ağıyla modellenmiştir. Nöron hücre zarlarının empedansları kesirli devre elemanları ve elektriksel kuplajlar dirençlerle gösterilmiştir. İki boyutlu elektriksel kuplajlı nöron ağları için matris formunda düğüm gerilimleri denklemleri türetilmiştir. İlk olarak, admitans matrisinin yapısal özelliklerini kullanarak admitans matrisinin tersini bulmak için bir algoritma geliştirilmiştir. İkinci olarak, iki boyutlu kesirli mertebeden elektriksel kuplajlı nöron ağının dinamik analizinde kullanılmak üzere geliştirilen algoritmayı kullanarak, transfer fonksiyonu ve eşdeğer empedans analitik olarak hesaplanmıştır. En son olarak, iki boyutlu kesirli-mertebeden elektriksel kuplajlı nöron ağının bilgisayar benzetimi, MATLAB sembolik programlamayı kullanarak sayısal bir örnek olarak yapılmıştır.

1. Giriş

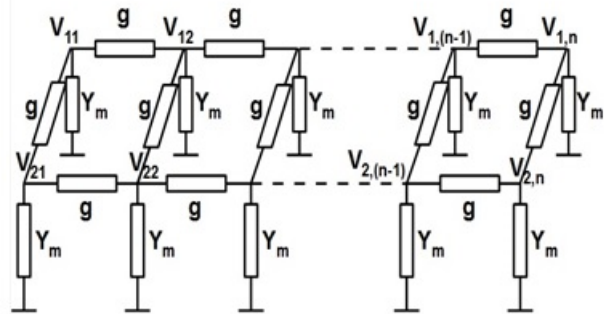
Devre ağları son yıllarda daha fazla ilgi çekmektedir. Çünkü 20. asrın başlangıcından şimdiye kadar devre ağlarının modellenmesi ve analizi bilinmekle birlikte, elektriksel ve elektriksel olmayan sistemleri modellemek için devre ağları kullanılabilir [1,2]. Doğada düzlemsel devre ağlarının varlığını gösteren graphenin direnç ağlarının araştırılması fizikte 2010 Nobel ödülü aldı. Bu nedenle, devre ağları tek başına bir bilim olarak düşünülemez, aynı zamanda bir teknoloji olarak düşünülmelidir [3,5]. Geçmiş birkaç on yılda entegre devre ağları konularında bazı yayınlar yapıldı. Bu yayınların çoğu, temel konu olarak, sabit mertebe tek elemanlı devre ağları kapasite veya direnç analizi üzerinde yoğunlaştı [6,7]. Kesirli mertebe çok elemanlı devre ağlarının empedansları konusunda çok az çalışma yapılmıştır.

İndüktans ve kapasiteler için geliştirilen kesirli-mertebe matematiksel modeller, elektriksel karakteristikleri daha doğru gösterebilir. Diğer bir ifadeyle, gerçek indüktans ve kapasiteler doğal olarak kesirli mertebededir [8]. Kesirli mertebeden indüktans deri etkisini ve kesirli mertebeden

kapasite farklı elektrolitik kapasiteleri modellemede kullanılmaktadır [9-11]. Kesirli mertebeden elemanlar nedeniyle devre tasarımcıları yeni sorunlara yüzleşecektir. Şu anda, bazı araştırmacılar kesirli elektronik elemanların gerçekleştirilmesi ve tasarımı konusunda çalışmalarına devam etmektedir [12-16]. Bundan başka, bazı araştırmacılar kesirli-mertebe devre kuramının çalışmalarına yoğunlaşmıştır [17-20]. Fakat sadece birkaç araştırmacı, kesirli-mertebe anlamında $2n$ devre ağının elektriksel karakteristikleri konusunda çalışmaktadır.

Aşağıdaki araştırma içerikleri araştırmamızı ilgi çekici yapabilir. Birincisi kesirli-mertebeden iki boyutlu elektriksel kuplajlı nöron ağlarının transfer fonksiyonu ve empedansının genel formülleri düğüm analizi yöntemi ve simetrik bant matrisin tersi algoritması kullanılarak türetilenlerdir. Türetim yönteminin geçerliliği bilinen klasik analiz yoluyla basit devreler için tanımlanacaktır. İkinci olarak, devre açısından kesirli-mertebeden transfer fonksiyonu ve empedans karakteristiklerinin analizi, kesirli-mertebeden sistemler için daha uygun olan s-domaininde yapılacaktır. İki boyutlu ağın dinamik analizinde frekans yanıtı, basamak ve darbe yanıtları gibi sistem davranışında bazı önemli sistem davranışları bilgisayar benzetimleriyle incelenmiştir.

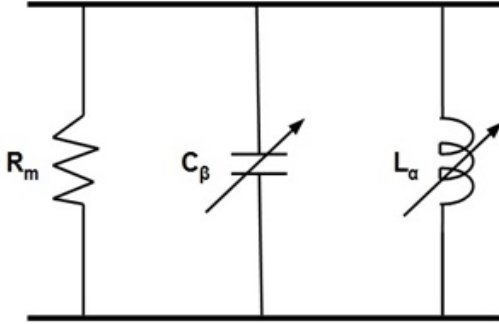
2. Kesirli Mertebeden İki Boyutlu Nöron Ağ Modeli



Şekil 1. İki boyutlu nöron ağının elektriksel modeli

İki boyutlu nöron ağının iki adet tek boyutlu nöron ağından oluştuğu Şekil 1.'den kolayca görülmektedir. İki boyutlu ağda $2n$ tane nöron ve her bir nöron için tanımlanan $2n$ tane düğüm gerilimi vardır. Her bir nöron hücresi, kesirli mertebeden elemanlarından oluşan eşdeğer elektrik devresinin admitans fonksiyonu ile

modellenebilir. Nöronlar arasındaki elektriksel kuplaj ise, bir direnç elemanı ile gösterilmiştir. Analizlerde bütün nöron admitanslarının ve nöronlar arası kuplaj katsayılarının eşit olduğu varsayılacaktır. Kesirli mertebeden elemanlardan oluşan nöron hücre zarının elektriksel modeli Şekil.2’de gösterilmiştir.



Şekil 2. Nöron hücre zarının elektriksel modeli

Bu devrenin eşdeğer admitans fonksiyonunun değeri aşağıda verilmiştir.

$$Y_m = \frac{1}{R_m} + L_\alpha s^\alpha + \frac{1}{C_\beta s^\beta} \quad (1)$$

Bu eşitlikte R_m nöron hücre zarı direnç değerini, L_α ve C_β sırayla kesirli mertebeden indüktans ve kapasite değerlerini, α ve β kesirli mertebeye değerlerini göstermektedir.

3. Kesirli Mertebeden İki Boyutlu Nöron Ağ Denklemleri

Şekil 1.’deki devre ağı için s-domeninde düğüm gerilimleri denklemleri matrisel biçimde yazılabilir.

$$\begin{bmatrix} D & -gI \\ -gI & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

Bu eşitlikte $n \times n$ boyutlu D matrisinin elemanları aşağıdaki eşitlikle hesaplanabilir.

$$D = \begin{bmatrix} Y'_m - g & 0 & \dots & 0 \\ -g & Y'_m & \dots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & -g & Y'_m \end{bmatrix} \quad (3)$$

Burada $Y'_m = Y_m + 2g$ olarak tanımlanmıştır. Y_m değeri (1) eşitliği ile verilmiştir. D matrisi diagonal simetrik band geçiren bir matristir. G ise nöronlar arasında elektriksel kuplajı göstermektedir ve değeri 0-1 arasında değişmektedir. Bu sayının küçük olması nöronlar arasında elektriksel kuplajın az olduğunu gösterir. $V_1 = [V_{11} \ V_{12} \ \dots \ V_{1n}]^T$ ve $V_2 = [V_{21} \ V_{22} \ \dots \ V_{2n}]^T$ $n \times 1$ boyutlu düğüm gerilimleri vektörlerini göstermektedir. $I_1 = [0 \ 0 \ \dots \ I_k \ \dots \ 0]^T$ $n \times 1$ boyutunda giriş vektörüdür. (2) matrisel eşitliğinin çözümünden

$$V_1 = (D - g^2 D^{-1}) I_1 \quad (4)$$

$$V_2 = [gI - g^3 D^{-2}] I_1 \quad (5)$$

Düğüm gerilimleri eşitlikleri elde edilir. Yukarıda iki boyutlu nöron ağları için geliştirilen düğüm gerilimleri formülasyonu, daha genel olan n boyutlu nöron ağları için genelleştirilebilir. Genelleştirilme formülasyonu daha sonraki çalışmalara bırakılmıştır. Şekil1.’deki devre için düğüm gerilimlerine bağlı olarak çıkış büyüklükleri matrisel olarak aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$V_0 = [H_1 \ H_2] \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \quad (6)$$

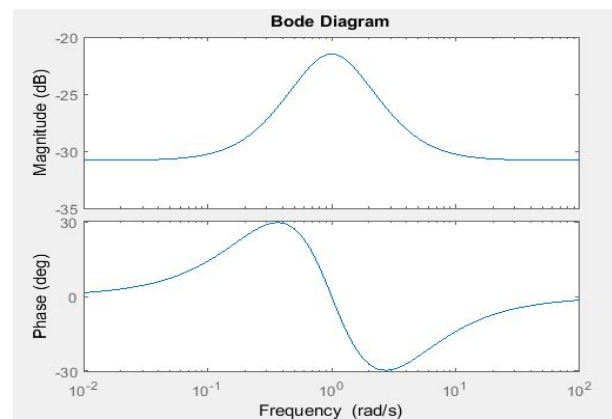
Burada H_1 ve H_2 $n \times n$ boyutunda katsayı matrislerini göstermektedir. (4) ve (5) deki düğüm gerilim değerleri (6)’da yerine konursa, giriş büyüklüğüne bağlı olarak çıkış büyüklükleri aşağıdaki matrisel eşitliği ile bulunabilir.

$$V_0 = [H_1(D - g^2 D^{-1}) + H_2(gI - g^3 D^{-2})] I_1 \quad (7)$$

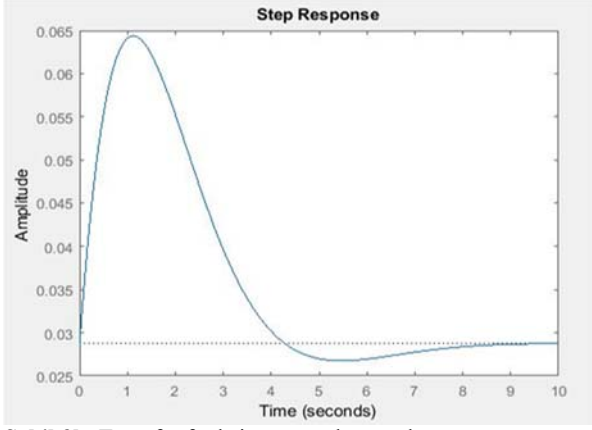
Bu eşitlik yardımıyla giriş-çıkış ilişkileri arasında tanımlanan eşdeğer empedanslar ve transfer fonksiyonları kolayca hesaplanabilir.

4. Bilgisayar Benzetimleri

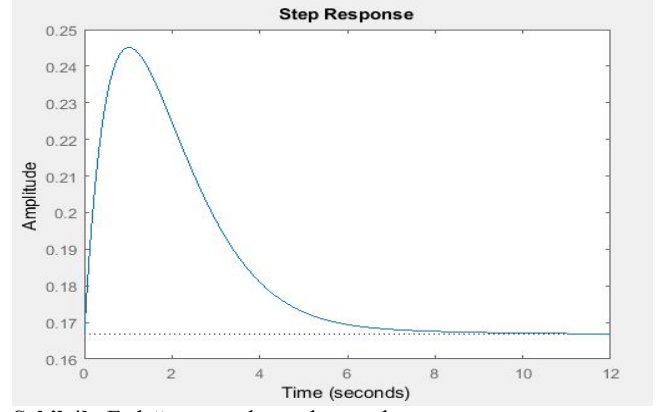
MATLAB benzetimlerinde $n=10$ nöronlu bir ağ kullanılacaktır. Önce devre ağının eşdeğer empedansı ve transfer fonksiyonu sembolik programlamayla bulunacak, daha sonra kesirli mertebeden elemanlar için literatürde verilen yaklaşımlar kullanılarak, transfer fonksiyonu ve eşdeğer empedans rasyonel fonksiyon şeklinde elde edilecek. MATLAB benzetimleriyle devre ağının empedans karakteristikleri ve transfer fonksiyonunun frekans yanıtı, basamak ve darbe yanıtları elde edilecektir. Kesirli domende önerilen ağ parametreleri; $R_m=1$, $L_\alpha = C_\beta = 1$, $g=1$, $n=10$, $\alpha=\beta=0.5$ değerleri, $s^{0.5} = (3*s+1)/(s+3)$ ve $s^{-0.5} = (s+3)/(3*s+1)$ yaklaşımları kullanılmıştır[21]. Önce (7) eşitliği ile verilen transfer fonksiyonunun MATLAB benzetiminde sırayla frekans, basamak ve darbe yanıtları elde edilmiştir. Bu yanıtların grafikleri sırayla Şekil.3a, 3b ve 3c’de gösterilmiştir.



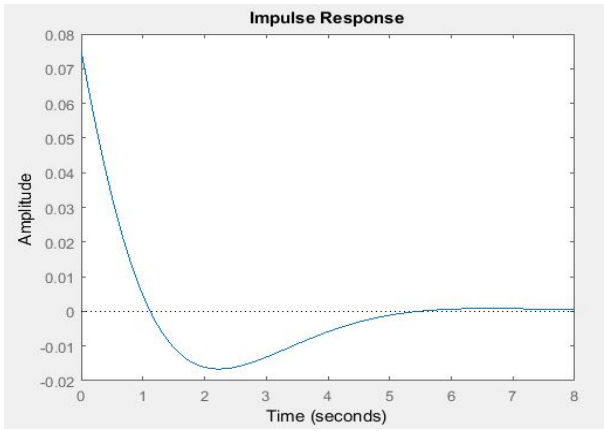
Şekil 3a. Transfer fonksiyonunun frekans yanıtı



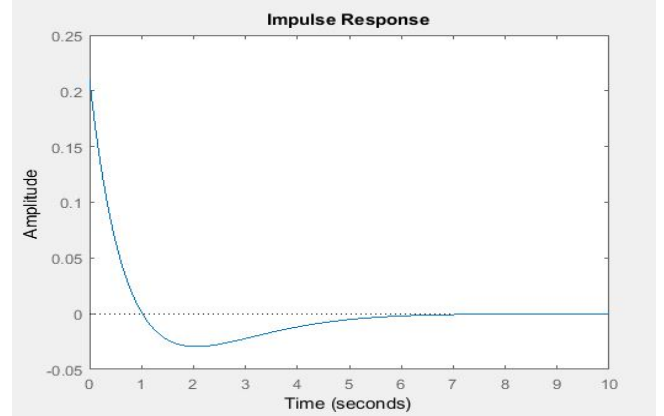
Şekil 3b. Transfer fonksiyonunun basamak yanıtı



Şekil 4b. Eşdeğer empedansın basamak yanıtı

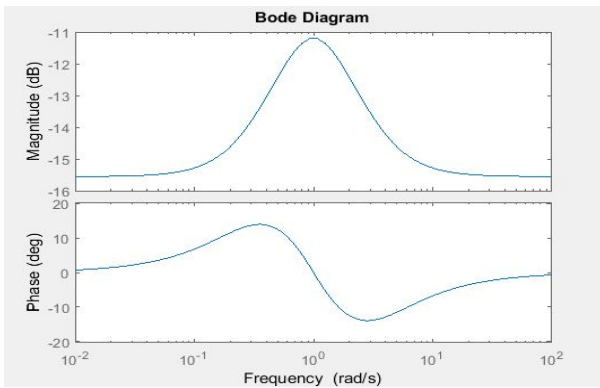


Şekil 3c. Transfer fonksiyonunun darbe yanıtı



Şekil 4c. Eşdeğer empedansın darbe yanıtı

Daha sonra yine aynı parametre değerleri için (7) eşitliğiyle verilen eşdeğer empedansın MATLAB benzetimleriyle daha önce yapılan analizler tekrarlanmıştır. Eşdeğer empedans için elde edilen frekans, basamak ve darbe yanıtları sırayla Şekil.4a, 4b ve 4c 'de gösterilmiştir.



Şekil 4a. Eşdeğer empedansın frekans yanıtı

5. Sonuçlar

İki boyutlu kesirli mertebeden elektriksel kuplajlı nöronlardan oluşan ağ, iki adet bir boyutlu kesirli mertebeden elektrik kuplajlı nöron ağıyla modellenmiştir. Nöron hücre zarlarının empedansları kesirli-mertebeden devre elemanları ve elektriksel kuplajlar dirençlerle gösterilmiştir. İki boyutlu elektriksel kuplajlı nöron ağları için matris formunda düğüm gerilimleri denklemleri türetilmiştir. İlk olarak, admitans matrisinin yapısal özelliklerini kullanarak admitans matrisinin tersini bulmak için bir algoritma geliştirilmiştir. İkinci olarak, iki boyutlu kesirli mertebeden elektriksel kuplajlı nöron ağının dinamik analizinde kullanılmak üzere geliştirilen algoritmayı kullanarak, transfer fonksiyonu ve eşdeğer empedans analitik olarak hesaplanmıştır. En son olarak, iki boyutlu kesirli-mertebeden elektriksel kuplajlı nöron ağının bilgisayar benzetimi, MATLAB sembolik programlamayı kullanarak sayısal bir örnek olarak yapılmıştır. Bilgisayar benzetimleri sonucunda, iki boyutlu nöron ağının dinamik özelliklerini belirleyen frekans, basamak ve darbe yanıtları gibi karakteristikler grafik olarak elde edilmiştir. İki boyutlu ağ için elde edilen formülasyonlar, çok boyutlu ağlar için kolayca gerçekleştirilebilir. Bundan nöron sayısına ve kesirli mertebeye değerlerine göre başka MATLAB benzetimleri yapılarak ağ davranışları incelenebilir.

KAYNAKLAR

- [1] E. Sanchezsinencio and R.W. Newcomb, A multilevel neural network for A/D conversion, IEEE Trans. Neural Netw., Vol: 3, 385-390, 1993.
- [2] H. Ghatouri Shiraz, K. Mak. and S. Uehara, A proposal of short pulse generation using nonlinear LC ladder networks with amplifiers, Microw Opt. Techn. Let. Vol:3, 154-156, 1997.
- [3] V. Winstead and C.L. Demarco, Network essentially, IEEE T. Circuits-I. Vol:3, 703 – 709, 2013.
- [4] G. Ferri and G. Antoinini, Ladder network based model for interconnects and transmission lines time delay and cutoff frequency determination, J. Circuits Syst. Comput. Vol:4, 489 – 505, 2007.
- [5] M. Q. Owaidat, R.S. Hijjawi and J.M. Khalifeh, Network with two extra interstitial resistor, Int. J. Theor. Phys. Vol:10 , 3152 – 3159, 2012.
- [6] P.E.T. Jorgenson and E.P.J. Pearse, Resistance Boundaries of Infinite Networks, Springer Basel, Switzerland, 2011.
- [7] R.S. Hijjawi, J.H Assad and H.J Sakaji, Perturbation of an infinite network of identical capacitors, Int. J. Mod. Phys.vol: B2, :199 – 209, 2007.
- [8] G. Carlson and C. Halijaj, Approximation of fractional capacitors $(1/S)^{1/n}$ by regular Newton process, IEEE T. Circuit Syst, 210 – 213, 1964.
- [9] S. Westerlund and L Ekstam, Capacitor theory, IEEE T. Dielectr. Insulat. Vol:5, 826-831, 1994.
- [10] S. Westerlund, Dead Matter has Memory , Consulting Kalmar, Sweden, 2002.
- [12] A. G. Radwan and K. N. Salama, Passive and active elements using fractional $L_{\beta} C_{\alpha}$ circuit, IEEE T. Circuits-I vol:10, 2388 – 2397, 2011.
- [13] S. Das, M. Sivaramakrishna, K. Biswas and B. Goswami, Performance study of a constant phase angle based impedance sensor to detect milk adulteration, sensors and actuators A-Physical vol:2, 273-278, 2011.
- [14] M.S. Krishna, S. Das, K Biswas and B. Goswami Fabrication of a fractional order capacitor with desired specifications; A study on process identification and characterization, IEEE Trans. Electron Dev. Vol:11, 4067 – 4073, 2011.
- [15] T. Haba, G. Ablart, T. Camps and F. Olivie, Influence of the electrical parameters on the input impedance of a fractal structure realised on silicon, Chaos Solitons Fract.vol: 2, 479 – 490, 2005.
- [16] A.M. Elshurafa, M.N. Almadhoun, K.N. Salama and H.N. Alshareet, Microscale electrostatic fractional capacitors using reduced graphene oxide percolated polymer composites, Appl. Phys. Lett. Vol:23, 765-768, 2013.
- [17] A.G. Radwan and K.N. Salama, Fractional – order RC and RL circuit, Circuits Syst. Signal Process vol:6, 1901 – 1915, 2012.
- [18] H.Y. Jia, Z.Q. Chen and G.Y.Qi, Topological horseshoe analysis and circuit realization for a fractional-order Lu system, Nonlinear Dynam. Vol:1 – 2, 203 – 212, 2013.
- [19] P. Chen and S. B. He, Analysis of the fractional-order parallel tank circuit, J. Circuits Sys. Comput. Vol:6, 875-880, 2013.
- [20] B. Maundy, A.S. Elwakil and T.J. Freeborn, On the practical realization of higher order filters with fractional stepping, Signal Process. Vol:3, 2484 – 49, 2011.
- [21] M E Fouda, A S Elwakil, A G Radwan and BJ Maundy, Fractional-order two port networks, Hindawi Publishing Corporation, Mathematical Problems in Engineering, Vol., Article ID 5976301, 5 pages, 2016.